

---

Doctorado en Ingeniería Industrial

Soporte para la “Toma de Decision”

---



15 de mayo de 2017

# Toma de Decisiones

Dr. Ricardo R. Palma [rpalma@uncu.edu.ar](mailto:rpalma@uncu.edu.ar)

**Universidad Nacional de Cuyo – Mendoza Argentina**

# **Tabla de Contenidos**

## **Índice de contenido**

### **Objetivos y justificación**

La importancia de la toma de Decisiones en el contexto de un curso de cuarto nivel

El Doctorado en Ingeniería Industrial

Repaso del impacto para la región

El rol que los Doctorandos en Ingeniería Industrial deberían tener para los sistemas productivos locales

El egresado de la especialización GTEC como agente “Free Lance” para el desarrollo local

Toma de decisión y su relación con la generación de alternativas concebidas por el graduado

Estructura del conocimiento en base a leyes, principios, teorías, métodos y conjeturas

Toma de decisión con teoría de las restricciones.

Temas no abordados en el curso (decisiones bayesianas)

### **Métodos Clásicos de Toma de Decisión**

Toma de Decisiones en Condición de Incertidumbre

Método de: Hurwicks, Laplace, Savage

### **Repaso del estado del arte sobre toma de decisión**

Método de los Factores ponderales

MAUT

ELECTRE

PROMETHEE,

TOPSIS ( Generador de GAIA)

AHP

### **Tópicos avanzados de toma de decisiones**

Repaso de Programación lineal

Semejanza matemática del problema de PL canónico con TD

Imposibilidad de decidir con múltiples criterios y alternativas

La optimización multi objetivo

La optimización multi criterio

Goal Programing (Optimización por metas)

Anexo 1 – Toma de Decisión en Situaciones de Conflicto

Anexo 2 - Análisis Exploratorio e Inteligencia de Negocio para Decisores

Anexo 3 – Decisiones por metas (Goal Programing)



*Red Ineternuniversitaria DI<sup>3</sup>*

## **Objetivos y justificación**

### **La importancia de la toma de Decisiones en el contexto la formación de Cuarto Nivel**

Es bien conocida la dificultad que el sistema de Ciencia y Técnica de nuestro país presenta al momento de analizar la vinculación entre la Empresa y La Universidad. Si bien este problema no puede ser pensado como un problema de falta de presupuesto, aparenta tener aristas que cada día hacen ver más claramente la necesidad de caminar la distancia que existe entre ambos actores y marcar para el gobierno acciones que propendan al desarrollo territorial.

Cuando a finales del siglo XX en la región se implantaron mecanismos de financiamiento para la innovación tecnológica, tales como la línea FONTAR, muchos países iniciaron esta experiencia junto al nuestro. Es notable, no obstante las diferencias de tamaño de las economías de los países del hemisferio sur, como nuestro país ha quedado relegado en comparación con otros tales como Nueva Zelanda, Sud Africa, Australia, Brasil y hasta el mismo Chile. Mientras en estos países estas líneas de financiamiento parecen haber servido para cerrar la brecha que separaba a la empresa del sistema de ciencia y técnica nacional, en nuestro país parece haber tenido un efecto mínimo en las grandes empresas, y casi nulo en las empresas vinculadas con las economías regionales.

Este texto preparado para el primer curso que dicto en el Doctorado en Ingeniería Industrial es el resultado de un trabajo de largo aliento y el resultado de las aspiraciones y sueños de mi colega y amigo Julio Rodríguez Rey, así como otros colegas de universidades, que sin masa crítica para lanzar un doctorado se aliaron para realizar este sueño en red. A mediados de 2013, en la mesa de un café esta idea y unas cuantas líneas escritas en una notebook dieron origen a las bases de lo que hoy podemos disfrutar. Este sueño no habría podido realizarse sin

la ayuda y empuje que le pusieron profesores como Jan Carlos Zacur y Silvina Maldonado (UNJujuy), Juan Carlos Michalus (UNMisiones), Hector Solá Ricardo Jakulica (UNSalta), Eduardo Viel (UNLaRioja) y Nora Perotti junto a Julio Rodriguez Rey (UNTucumán).

Este curso además tiene el valor agregado de la sinergia. Compartiremos un tramo del mismo con los alumnos del GTEC. Mis aspiraciones al respecto serían que los equipos de doctorandos y especialistas puedan articular instancias para llenar ese espacio que la triple hélice no ha podido superar en la Argentina.

Otro poco de historia, durante el invierno de 2008 se lanzó el programa GTEC con el objetivo de catalizar esta dinámica que en la región está provocando impactos insospechables, pero en lugar de hacerlo mediante un plan nacional, se ha recurrido ( a leal entender de este autor) a un mecanismo mucho más sólido y sustentable, cual es la creación es este nuevo actor que es el lector de este texto.

Sepa usted que el rol que en el futuro desempeñará tendrá una importancia capital para la vida o muerte de nuestras industrias vinculadas a las economías regionales. Lo que usted “ate o desate” tendrá consecuencias que implican el bienestar o el sufrimiento de muchos con-provincianos en la región.

Tamaño responsabilidad no podría ser asumida sin tener claro cuales son los pilares sobre los que usted va ha tener que sustentar y justificar su accionar profesional.

Estos pilares son en simples palabras, la Ética, la Innovación, la adecuada gestión (creación desarrollo o adaptación) de tecnologías y finalmente un criterioso y sólido marco para la toma de decisiones en tiempo y forma.

Esto sólo justifica ampliamente el tiempo que invertiremos en este curso.

### ***Repaso del impacto para la región***

Voy ha invertir parte del tiempo en clase en indagar cual es la temática sobre la que va ha trabajar en su proyecto final integrador. Quiero poner de manifiesto que , no es posible tomar decisiones si no hay alternativas. Mediante una técnica literaria prepararemos un par de alternativas viables para el proyecto final del GTEC.

El resultado de la elección de la mejor alternativa para cada uno de ustedes será convertido

en un texto con el formato de “Paper” o artículo científico.

Esta producción será sometida al análisis de unas cuantas herramientas lingüísticas, con para asegurar calidad de la producción y será publicada para que este proceso sirva de validación global de su idea.

La finalización de este trabajo escrito en el que deberá utilizar alguna de las herramientas expuestas en el curso se considerará la evaluación final.

Estableceremos un plazo que llega hasta el 15 de Febrero de 2014 para que suban en carpetas individuales sus propuestas de texto final a un recurso (DROPBOX) compartido.

### **El egresado de la especialización GTEC como agente “Free Lance” para el desarrollo local. El Doctor como gestor orientador del órgano de administración público – privado.**

Muchos de los autores que han trabajado sobre el tema de los sistemas de innovación para el desarrollo territorial, en especial Gustavo Masera, han proclamado la alta dependencia que los modelos de desarrollo tienen respecto de la personalidad y personalismos de los actores en las regiones competitivas. Este autor tiene una serie de artículos que buscaremos en las bases bibliográficas que se encuadran bajo el pensamiento de “El caso de Brasil como paradigma de un estado Logístico”. Modelos comentados por los autores que se enmarcan en esta línea de pensamiento han logrado forjar en el pensamiento universitario, empresarial y político el concepto de la Gobernanza ( palabra que aún no existe en castellano y que en inglés es Governance).

Otros pensadores , en especial los que trabajan en el SITI (Politecnico de Torino, Italia) llegan a conclusiones muy similares que marcaría una clara necesidad de:

- a) Comprender los nuevos paradigmas económicos post crisis financiera global

- b) Cambiar del concepto de cluster al de Distrito Industrial (Schumpeter y Marshall)
- c) Disponer de un nuevo actor en el que prevalezca la confianza del medio hacia él , tal como propone Elinor Ostrom.

Este rol que los pensadores del “main stream” están forjando está en plena sintonía con la especialidad que estás cursando.

### **Toma de decisión y su relación con la generación de alternativas concebidas por el graduado**

Texto en preparación ( ver diapositivas)

#### **Estructura del conocimiento en base a leyes, principios, teorías, métodos y conjeturas**

Esta parte del apunte está en discusión, será expuesta en las presentaciones.

#### **Toma de decisión con teoría de las restricciones.**

Explicaremos un caso de aplicación en el que deberemos tomar una decisión de una empresa que tiene dos mercados alternativos. Demostraremos como el uso del “sentido común” y la lógica pueden tendernos trampas, a menos que respetemos estrictamente la jerarquía que las leyes, principios ... etc que expusimos antes se respete para no cometer silogismos.

## **Temas no abordados en el curso (decisiones bayesianas)**

El mundo de la resolución y soporte para la toma de decisiones parece estar dividido en dos mitades, que poco comulgan las unas con las otras.

No trabajaremos en este curso con las decisiones bayesianas, pero se debe saber que existen, y persuaden el que toma las decisión (DM) mediante las probabilidades y sobre todo con la esperanza matemática. Este método de soporte para la toma de decisiones, se está trabajando en estos días con la ayuda de métodos bayesianos ingenuos, tales como los empleados por los motores de minería de datos. Computacionalmente este método es más barato que el matricial (que usaremos extensivamente en el curso), y esto implica su preferencia por las personas que vienen el área de sistemas e ingeniería del software.

A modo de ejemplo vemos este caso:

Teorema de Bayes

Según el servicio meteorológico para el día Lunes las probabilidades de clima en el paso Cristo Redentor indican que

- |                                  |      |
|----------------------------------|------|
| a) Probabilidad de Lluvia        | 0,50 |
| b) Probabilidad de Nieve         | 0,30 |
| c) Probabilidad de Viento Blanco | 0,20 |

Partiría o no partiría de Argentina hacia Chile con un embarque de 40Tm para llegar al puerto de San Antonio en el lapos de 10 hs.

El personal de gendarmería sabe que :

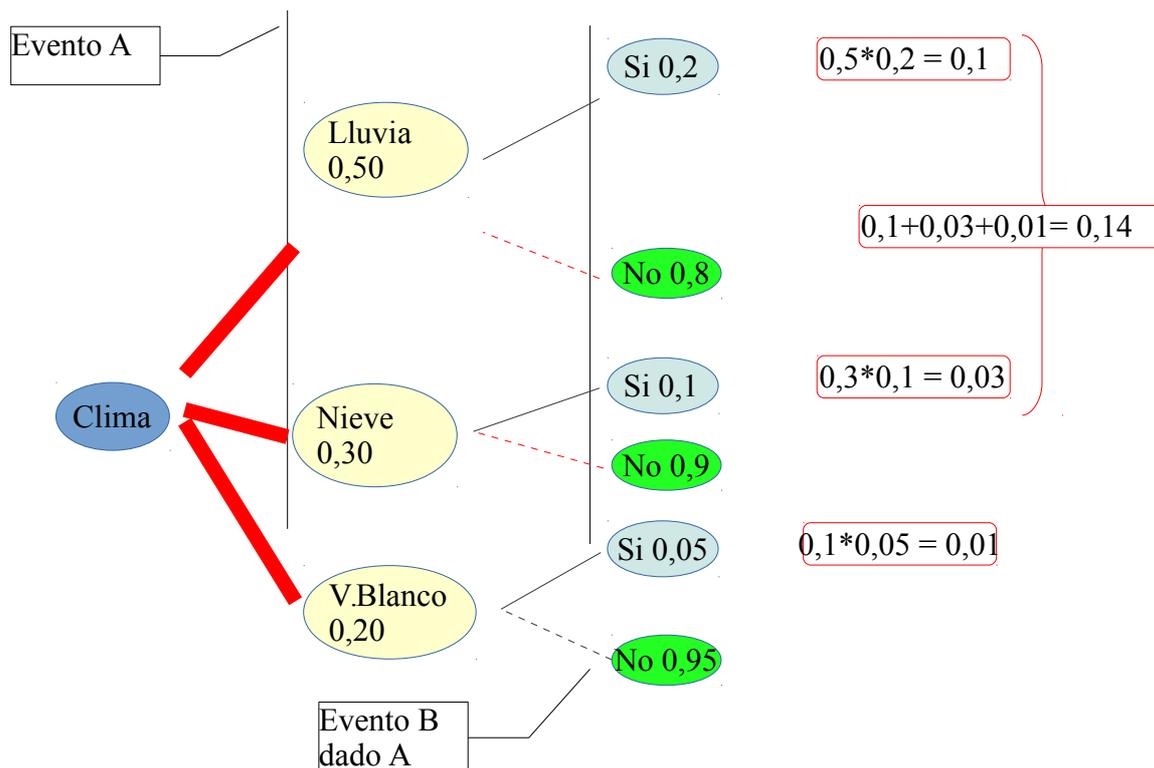
La probablidad de accidente si hay lluvia es de 0,2

La probabilidad de accidente si hay Nieve es de 0,1

La probabilidad de accidente si hay viento blanco es de 0,05

Si tengo que lanzar una misión en estas condiciones, ¿qué probabilidad de accidente tengo ?

Solución



Este método de cálculo es el establecido por Bayes y matemáticamente se puede expresar así :

$$P(\text{total}) = \sum_{i=1}^n (P(a_i) * P(b/a))$$

$$P(\text{accidente}) = \sum_{i=1}^3 (0,5 + 0,1 + 0,03 * 0,01 + 0,2 * 0,05) = 0,14$$

Problema inverso (inferencia de Bayes)

Dado que hubo un accidente, usando los datos del problema anterior, ¿Que probabilidad existe de que hubiese estado lloviendo ?.

En este caso usamos el teorema de Bayes completo . Su formula matemática es así.

$$P(A_i/B) = \frac{P(A_i) * P(B/A_i)}{P(T)}$$

Entonces :

Probabilidad de lluvia es 0,5

Probabilidad de accidente si llueve 0,2

$$P(\text{lluvia} / \text{accidente}) = \frac{P(\text{lluvia}) = 0,5 * P(\text{accidente} / \text{llueve}) = 0,2}{P(\text{accidente}) = 0,14} = 0.7143$$

## **Toma de Decisiones en Condiciones de Incertidumbre**

La teoría de decisiones proporciona una manera útil de clasificar modelos para la toma de decisiones. Se supondrá que se ha definido el problema, que se tienen todos los datos y que se han identificado los cursos de acción alternativos. La tarea es entonces seleccionar la mejor alternativa. La teoría de decisiones dice que esta tarea de hacer una selección caerá en una de las cuatro categorías generales dependiendo de la habilidad personal para predecir las consecuencias de cada alternativa.

En los procesos de decisión bajo incertidumbre, el decisor conoce cuáles son los posibles estados de la naturaleza, aunque no dispone de información alguna sobre cuál de ellos ocurrirá. No sólo es incapaz de predecir el estado real que se presentará, sino que además no puede cuantificar de ninguna forma esta incertidumbre. En particular, esto excluye el conocimiento de información de tipo probabilístico sobre las posibilidades de ocurrencia de cada estado.

### ***Elección del criterio de decisión en condiciones de incertidumbre***

La toma de decisiones es una actividad inherente a

la gestión de la empresa y el rol de la ingeniería industrial puede aportar mucho en este terreno.

*De hecho no es difícil encontrar profesionales que aseguren que “dirigir es decidir continuamente”.*

Decidir es elegir entre diversos cursos de acción y, en la mayor parte de los casos esta decisión conlleva aparejadas otras muchas de las cuales van a depender los resultados finales de la actividad, grupo, proyecto, estrategia o empresa que acometamos.

Con esta parte del texto, para el que no necesitas conocimientos previos, conocerás mejor el proceso de toma de decisiones y, lo que es más importante, conocerás y aprenderás a utilizar los métodos más sencillos de valoración de alternativas.

El artículo está estructurado como sigue: en primer lugar definimos el proceso de toma de decisiones desde la perspectiva de Simon. (Leahey, 2003)

A continuación se interpretan los diferentes grados de certeza que enmarcan la toma de decisiones. Por último se proporcionan criterios para valorar las consecuencias económicas de cada alternativa considerada.

### ***El proceso de toma de decisiones.***

A la toma de decisiones se le ha dedicado una gran cantidad de trabajos y estudios siendo el más representativo, por su trascendencia, el trabajo de Herbert Simon, Premio Nobel de Economía. Para el profesor Simon, el proceso de toma de decisiones presenta cuatro etapas:

- 1. Identificación del problema o diagnóstico: aparece cuando hay una discrepancia entre una situación personal o empresarial que se desea y la que realmente se tiene, o entre lo que se podría obtener y lo que se ha obtenido. En cualquier caso, en esta fase lo importante es la información, ya que de la calidad de la información que dispongamos dependerá la calidad de la decisión que podamos tomar.
- 2. La elaboración y evaluación de alternativas es la segunda fase de la toma de decisiones. Implica no sólo creatividad para el diseño de los posibles cursos de acción

a seguir, sino también la capacidad para evaluar las consecuencias de cada uno de los cursos de acción a seguir y la valoración conjunta de la evolución de los factores que les afectan.

- 3. La fase de elección supone de hecho la elección de una de los cursos de elección propuestos siendo la definición de los criterios adecuados su aspecto más relevante.
- 4. Por último, la fase de implementación y control de la decisión permite verificar si la alternativa elegida ha solucionado o no el problema y corregir esta situación en su caso.

### ***El marco mental en la toma de decisiones***

El proceso de decisión es un proceso mental de racionalidad limitada. Para que el proceso de decisión sea racional es necesario que se den dos condiciones: que se disponga de información perfecta, lo que supone disponer de toda la información relevante en todo momento en las mismas condiciones que la competencia, y, quizá más importante, racionalidad ilimitada, que nos permita valorar correctamente todas las alternativas y elegir la óptima. Lamentablemente, estas condiciones rara vez se dan; en ocasiones se puede acudir a situaciones próximas a la racionalidad ilimitada, cuando el número de variables son pocas y están controladas, lo cual nos permite determinar la solución óptima. No obstante, lo normal en la vida real son más bien situaciones en las que no se dispone de toda la información relevante y, sobre todo, no es posible ni conocer todas las variables implicadas y sus interacciones ni definir correctamente las consecuencias de cada curso de acción.

En estas situaciones el decisor debe abandonar la actitud optimizadora y adoptar una actitud

satisfactoria, adoptando la primera solución de entre las alternativas posibles que satisface sus intereses, aún consciente de no estar tomando la decisión óptima. Muy probablemente el coste de evaluar el resto de alternativas hasta encontrar la óptima supere los beneficios adicionales que se pueden obtener de ella. Además de lo aquí expuesto, otros condicionantes a la toma de decisiones actúan limitando los cursos de acción más allá de la racionalidad limitada del decisor; en muchas ocasiones los criterios políticos y estratégicos de la decisión así como los personales de quién tiene que tomar la decisión juegan un papel más relevante que los estrictamente económicos de forma que los criterios para priorizar las alternativas no siempre son coincidentes.

### ***Certeza, riesgo e incertidumbre. Criterios para la toma de decisiones.***

En el momento de diseñar las decisiones, pero sobre todo a la hora de establecer criterios con los que adoptar un curso de acción, tres son las situaciones que se le pueden presentar al decisor:

**Certeza:** Esta es la situación ideal para la toma de decisiones. Se tiene la total seguridad sobre lo que va a ocurrir en el futuro. Desde un punto de vista estrictamente económico se trata de elegir el curso de acción que va a proporcionar los mejores resultados de acuerdo con el criterio establecido (beneficios, rentabilidad, cifra de ventas, productividad, calidad, etc). No es, sin embargo, una situación habitual.

**Riesgo:** Esta situación se aproxima bastante más que la anterior a las situaciones habituales en la empresa. El decisor, bien porque se ha procurado información, bien por su experiencia, puede asignar probabilidades a los estados de la naturaleza de los que depende la efectividad de su decisión. De esta forma, puede valorar, al menos asociándolos a una probabilidad, los resultados promedio de sus decisiones. Por supuesto, que eso sea suficiente para tomar una decisión depende de los criterios que se definan para tomarla.

**Incertidumbre:** Al igual que con el riesgo, los decisores en muchas ocasiones se enfrentan a decisiones en las que no pueden efectuar suposiciones sobre las condiciones futuras en las que se desarrollarán los cursos de acción elegidos. Ni siquiera es posible asignar probabilidades razonables a dichos sucesos futuros. En estos casos la decisión, además de por criterios políticos y económicos, se ve orientada por la orientación psicológica del decisor.

Independientemente de la situación a la que nos enfrentemos, lo que es cierto es que para todo conjunto de decisiones a tomar y sucesos futuros de los que depende el resultado de la decisión es posible definir una matriz de resultados (como la que se presenta a continuación, donde  $R_{ij}$  es el resultado de aplicar la alternativa  $i$  ( $A_i$  en la tabla) y presentarse posteriormente el suceso  $j$  ( $S_j$  en la tabla).

	Suceso 1	Suceso 2	Suceso 3	Suceso 4	Suceso n
Alternativa 1	R 11	R12	R13	R14	R1n
Alternativa 2	R21	R22	R23	R24	R2n
Alternativa 3	R31	R32	R33	R34	R3n
...	...	...	...	...	R...n
Alternativa (s)					Rsn

*Ilustración 1: Matriz de Resultados R (i,j)*

Para ilustrar el resto de la explicación, utilizaremos el siguiente ejemplo.

Suponga que debe tomar una decisión sobre un nuevo modelo de equipo industrial a instalar en su organización. En concreto debe elegir entre tres equipos de distinta capacidad, funciones, facilidad de uso y precio. Usted, como responsable de la decisión final sabe que el rendimiento del equipo depende de la adaptación de los operarios a los mismos, ya que su instalación supone un cambio en los procesos de trabajo y el desarrollo de nuevas competencias. Usted puede estimar razonablemente el beneficio que dicho equipo proporcionará en base a la adaptación de los operarios, de forma que puede construir la siguiente matriz de decisión.

Tabla 1: Matriz de Resultados

	No Adapta	Se Adapta	Adapta Muy Bien
Alternativa 1	560	550	900
Alternativa 2	1000	650	400
Alternativa 3	500	800	950

Utilizaremos esta tabla a lo largo de los siguientes ejercicios y casos.

### ***Criterio de decisión en situaciones de certeza.***

Si usted sabe qué situación se va a presentar en el futuro elegirá la alternativa que proporciona el máximo resultado para ese suceso futuro. En nuestro ejemplo, si usted sabe está completamente seguro que los operarios se adaptarán muy bien, elegirá la alternativa 3, que da el mayor resultado.

Sin embargo, si piensa que no se van a adaptar y sabe que ello ocurrirá, elegiría la alternativa 2, pues en esa situación es la que da mejores resultados. Puesto que sabemos que va a ocurrir, el criterio de decisión es elegir la alternativa que proporciona el mejor resultado.

Al final de esta sección se presenta una situación similar en los casos de estudio. Si lo realiza a la vez que lee el artículo logrará un mayor aprovechamiento del mismo.

### ***Criterio de decisiones en situación de riesgo.***

En este caso, como hemos comentado es posible asignar probabilidades ( $p_j$ ) a los estados de la naturaleza o sucesos de los que depende la efectividad de la decisión.

En este caso, podemos determinar el Valor Monetario Esperado (VME) de cada alternativa como media ponderada de los posibles resultados.

En nuestro caso si las probabilidades asignadas a los distintos sucesos fuesen 0.1, 0.4, 0.5 puede mosdeterminar el VME de cada alternativa como la sumatoria de la probabilidad multiplicada por el valor del resultado esperado.

$$VM(A_{(i)}) = \sum_{j=1}^n R_{(i,j)} * P_{(j)}$$

Tabla 2: Matriz de Resultados Valor Medio Esperado

	No Adapta	Se Adapta	Adapta Muy Bien	
<b>Probabilidad</b>	<b>0,1</b>	<b>0,4</b>	<b>0,5</b>	<b>VM(A<sub>i</sub>)</b>
Alternativa 1	560	550	900	735
Alternativa 2	1000	650	400	560
Alternativa 3	500	800	950	<b>845</b>

### ***Criterios de decisión en situaciones de incertidumbre.***

Como ya hemos señalado, además de por diferentes causas como e estratégicas, políticas o económicas, las decisiones pueden estar influidas por la orientación psicológica del decisor, influyendo cuestiones tales como la forma en la que asigna probabilidades a los sucesos, su optimismo o pesimismo respecto a los resultados de sus decisiones o su aversión al riesgo entre otras causas. Los criterios que se presentan a continuación abordan las situaciones especificadas en este párrafo y, a salvo de otras cuestiones, orientan la toma de decisiones desde una perspectiva estricta de resultados esperados. Para entender mejor este contexto recomiendo revisar los trabajos de Ariely (Ariely, 2008) (Ariely & others, 2010).

***Criterio de Laplace.***

El criterio está basado en el principio de razón insuficiente; como no podemos suponer una mayor probabilidad de ocurrencia a un suceso futuro que a otro, podemos considerar que todos los sucesos futuros son equiprobables. Así, cada suceso posible tiene una probabilidad asignada de 1/n para n sucesos posibles.

A partir de aquí, la decisión a tomar será aquella que proporcione un mayor valor esperado según la expresión con mostramos en el acápite anterior. Centrándonos en nuestro problema, si admitimos la equiprobabilidad de cada una de las situaciones posibles, la probabilidad de cada una será 1/3 y tendrá un valor esperado resultado de aplicar la expresión anterior.

Tabla 3: Alternativa Criterio de Laplace

	No Adapta	Se Adapta	Adapta Muy Bien	
<b>Probabilidad</b>	<b>0,33</b>	<b>0,33</b>	<b>0,33</b>	<b>VM(A<sub>i</sub>)</b>
Alternativa 1	560	550	900	663,3
Alternativa 2	1000	650	400	676,5
Alternativa 3	500	800	950	742,5

Podríamos enunciar matemáticamente esta situación calculando la probabilidad como 1/n sucesos posibles. Así para la situación de incertidumbre tendríamos la expresión general:

$$\text{Valor Esperado } A_{(i)} = \frac{1}{n} * \sum_{j=1}^n \{ R_{(i,j)} \}$$

Según los resultados para criterio de Laplace por lo que el decisor debería elegir la alternativa 3 que es la que proporciona un mayor valor esperado ya que estamos operando con beneficios. Nótese que elegir esta alternativa no supone unos beneficios de 742,5. Los beneficios esperados para esta alternativa serán 500, 800 o 950 (siempre y cuando las estimaciones del decisor sean correctas. En cuanto al conjunto de resultados. Por el contrario si operásemos con costos, contaminación índice de accidentes, etc obviamente elegiríamos aquella alternativa que resultase un costo esperado menor

### ***Criterio de Wald.***

Es el criterio conservador ya que trata de obtener lo mejor en las peores condiciones posibles. Se le conoce como criterio pesimista ya que razona sobre la peor situación que se le puede presentar al decisor una vez elegida una alternativa.

El criterio establece que elegida una alternativa, se presentará el peor resultado posible, de forma que el decisor debería elegir el mejor de estos resultados según

En nuestra ejemplo, si atendemos a la matriz de resultados, corresponden para cada una de las alternativas los siguientes peores resultados: Valor

$$\text{Valor Esperado } A_{(i)} = \text{MAX} \left\{ \min_{j=1}^n R_{(i,j)} \right\}$$

Tabla 4: Criterio Pesimista o de Wald

	No Adapta	Se Adapta	Adapta Muy Bien	Máx Min
Alternativa 1	560	550	900	550
Alternativa 2	1000	650	400	400
Alternativa 3	500	800	950	500

### ***Criterio optimista.***

El criterio optimista será el complementario a éste. Según este criterio, si las cosas pueden ir bien, no hay motivo para que ello no sea así. El decisor que sigue este criterio identifica cada alternativa con el mejor resultado posible optando por la alternativa que corresponda con dicho valor. El criterio a seguir será como se indica a continuación y denota enorme aversión al riesgo

$$\text{Valor Esperado } A_{(i)} = \text{MAX} \left\{ \text{MAX}_{j=1}^n R_{(i,j)} \right\}$$

Tabla 5: Criterio Optimista (muy arriesgado)

	No Adapta	Se Adapta	Adapta Muy Bien	Máx Máx
Alternativa 1	560	550	900	900
Alternativa 2	1000	650	400	1000
Alternativa 3	500	800	950	950

Si aplicamos dicho criterio a nuestra matriz de resultados, optaríamos por la alternativa 2, que proporcionaría unos beneficios de 1000.

### ***Criterio de Hurwicz.***

Este criterio representa una abanico de actitudes, desde la más pesimista a la más optimista

ponderando ambas situaciones por un índice de optimismo  $\alpha$ . De esta forma el resultado de cada alternativa va a depender tanto de la tendencia al optimismo del decisor y de su resultado asociado, como de la tendencia al pesimismo y su resultado que se actúan como complementarios. Para aplicar este criterio de decisión, el decisor debe definir su coeficiente de optimismo  $\alpha$  entre el 0 y el 100% (entre 0 y 1). Consecuentemente el coeficiente de pesimismo será  $(1-\alpha)$  y el valor de cada alternativa será la ponderación de los resultados optimista y pesimista por sus correspondientes coeficientes como se indica a continuación:

$$\text{Valor Esperado } A_{(i)} = \left[ \text{Max}_{j=1}^n R_{(i,j)} * \alpha - \text{min}_{j=1}^n R_{(i,j)} * (1-\alpha) \right]$$

Si calculamos los valores para cada una de las estrategias obtenemos los siguientes valores para un coeficiente de optimismo del 65%

( $\alpha=0,65$ )                    :\$1900 0,65 \$ 55021000 0,65 \$ 4003950 0,65 \$

5001 2 0,651 2 0,651 2 0,65777,5790792,5

*Red Ineternuniversitaria DI<sup>3</sup>*

Tabla 6: Criterio Hurwicz (ponderación optimista / pesimista)

<b>alfa</b>		0,65		
	No Adapta	Se Adapta	Adapta Muy Bien	
Alternativa 1	364	357,5	585	
Alternativa 2	650	422,5	260	
Alternativa 3	325	520	617,5	

<b>1 - alfa</b>		0,35		
	No Adapta	Se Adapta	Adapta Muy Bien	
Alternativa 1	196	192,5	315	
Alternativa 2	350	227,5	140	
Alternativa 3	175	280	332,5	

<b>Hurkicz</b>	No Adapta	Se Adapta	Adapta Muy Bien	
Alternativa 1	846			846
Alternativa 2		712,5		
Alternativa 3			757,5	

De forma que el decisor, de acuerdo a este criterio y a ese coeficiente de optimismo elegiría la alternativa 1.

***Criterio de Savage.***

El criterio de Savage transforma la matriz de beneficios (o de pérdidas en su caso) en una matriz de errores. De esta forma, el decisor puede evaluar fácilmente el coste de oportunidad en el que incurre por tomar una decisión equivocada.

En nuestra matriz de resultados, parece claro que si el decisor eligiese la alternativa 2 y se presentase la situación en la que los operarios se adaptasen mal a los nuevos equipos, la elección hubiese sido la mejor posible, ya que con las otras dos alternativas obtendría unos resultados peores. En este caso la alternativa 2 no tiene coste de oportunidad ya que proporciona el mejor resultado posible en esa situación, mientras que en la alternativa 1 el coste de oportunidad es de 350 (1000 que podría obtener – 650 que está obteniendo por no haber

acertado en la decisión) y en la alternativa 3 es de 500 (1000-500).8

Si hacemos lo mismo para el caso en el que los operarios se adaptan bien a los nuevos equipos, la mejor elección, aquella que no nos haría incurrir en ningún costo sería la alternativa 3 con el máximo resultado posible (800) mientras que las alternativas 1 y 2 nos harían incurrir en unos costes de oportunidad de 250 y 150 respectivamente (800-550 y 800-650). Por último, para el caso en que los operarios se adapten muy bien, nuevamente la alternativa 3 es la mejor opción con un resultado esperado de 950, dando lugar a unos costes de oportunidad de 50 y 550 (950-900 y 950-400) para las alternativas 1 y 2. Representando todos los costes de oportunidad en una matriz de costes de oportunidad, obtenemos lo siguiente: Matriz 2 Costos de oportunidad. Alternativa 1 Alternativa 2 Alternativa 3.

No se adaptan 3500500 Se adaptan bien 2501500 Se adaptan muy bien 505500

Tabla. Matriz de costos de oportunidad (se toma el mayor de la columna y se resta de cada R(i,j))-

**Criterio Savage (minimizar error)**

	No Adapta	Se Adapta	Adapta Muy Bien
Alternativa 1	560	550	900
Alternativa 2	1000	650	400
Alternativa 3	500	800	950

	No Adapta	Se Adapta	Adapta Muy Bien	Mejor / 0
Alternativa 1	-440	-250	<b>-50</b>	-50
Alternativa 2	0	<b>-150</b>	-550	-150
Alternativa 3	<b>-500</b>	0	0	-500

*Red Ineternuniversitaria DI<sup>3</sup>*

Al ser este un criterio conservador en el que el decisor desea elegir aquella alternativa que le minimiza el coste del error, debemos fijarnos en el máximo error que se puede cometer con cada alternativa. En este caso estos valores son los siguientes:

	Máximo error
Alternativa 1	-50
Alternativa 2	-150
Alternativa 3	-500

Resultados para criterio de Savage Por lo tanto, en vistas a minimizar el error de una mala elección, el decisor optaría, de acuerdo a este criterio, por la alternativa 1; la que minimiza el máximo error posible.

## Estado del Arte en la Toma de Decisión

Estos ejercicios tienen por objetivo identificar las particularidades de los métodos que utilizaremos para dar soporte a la toma de decisión:

MAUT, ELECTRE, PROMETHEE, TOPSIS, y AHP

### *Consideraciones sobre los factores ponderales*

En muchos proyectos de TD el decisor asigna pesos a los criterios en distintas formas para obtener factores de peso. Muchos de ellos usan la opinión de expertos para comparar la importancia relativa de cada criterio contra los otros. Todos estos métodos son sustancialmente subjetivos y por ello no garantizan que hayan sido correctamente aplicados en los distintos métodos. Sin embargo existen mecanismos mucho más realistas para esta tarea. El Profesor (Milan Zeleny 2004) ha diseñado un método elegante y efectivo en el que no se usan criterios subjetivos para los pesos que vienen en tablas o marcadores indexados. Para ilustrar este método considere varias alternativas de solución a un problema y, digamos, cinco criterios para dirimir cual es la mejor. Para cada criterio hay un marcador que expresa que tan bien (o mal) se comporta la alternativa frente al criterio con que es evaluada. En general para evitar problemas de escala al comparar desempeño sobre diferentes criterios es mejor utilizar marcadores normalizados, que varían entre 0 (cero) y 1 (uno). Frecuentemente es común encontrar fuerte discrepancia cuando todas las alternativas son analizadas y muchos expertos opinan. Supongamos un proyecto de logístico de transporte de mineral que tiene tres alternativas y estamos analizando el criterio de desempeño costo en cada una de las tres alternativas. Adicionaremos a estas mismas alternativas a la luz de Valor Anual Neto (VAN) y tendremos como resultado la siguiente tabla.

*Red Ineternuniversitaria DI<sup>3</sup>*

	Alternativa 1	Alternativa 2	Alternativa 2
Criterio Cotos	0,58	0,94	0,32
Criterio VAN	0,85	0,88	0,83

Es notable la discrepancia que exhiben los costos es notable respecto a la de VAN. Es claro que conforme más variación tenga la escala más certero será el uso de un criterio para separar alternativas. El profesos Zeleny recurre al concepto de Entropía para mejorar los factores de peso. No es necesario que entendamos en este curso este concepto, pero si debemos comprender que cuanto más poder discriminador tenga un criterio más valor tendrá para la toma de decisión.

$$H(\text{entropía}) = k \sum_{i=1}^n p_i * \log p_i$$

*Ecuación de la entropía*

*También usada en el teorema de E. Shanon para determinar la cantidad de información*

En esta ecuación K es una constante que depende de la unidad de medida elegida en tanto que p es la probabilidad de ocurrencia del evento. Usando esta expresión es posible determinar que criterio aporta mayor información para el proceso de toma de decisión. Aplicando el criterio de la entropía se puede ver que el Costo tiene aporta una entropía de -0,246 en tanto que el VAN aporta -0.135. Esto muestra que los criterios de menor entropía porían ranquear los criterios e incluso llevar a eliminar a aquellos que no aportan información útil parra el proceos.

Métodos a aplicar:

***MAUT (Multi Attribute Utility Theory)***

Este método está basado en la teoría de la utilidad. Es muy usado en todo el mundo, pero

sus orígenes se remontan a la época de los gobiernos imperiales de Europa y tal vez uno de los primeros en usarlo fué Bernoulli.

De acuerdo a Vincke (1992) el propósito al desarrollar el método es tener en cuenta la incertidumbre o falta de información precisa, consecuentemente el método usa probabilidades de ocurrencia y pesos (o ponderales). El método aplica la expresión siguiente:

$$V_{(x)} = \sum_{i=1}^n w_i * v_i(x)$$

*Ecuación de factores ponderales del método MAUT*

Donde:

$V(x)$  = Utilidad de la alternativa  $x$

$V_i(x)$  = Utilidad de la alternativa  $x$  respecto del criterio  $i$

$W_i$  = peso o importancia del criterio o atributo ' $i$ '

### ***Caso de aplicación***

Una persona quiere comprar un departamento para establecer una empresa de base tecnológica. Establece una serie de criterios o métricas para comparar (criterios) que son *Habitabilidad* (que tan bien el espacio cumple con las necesidades), *Confortabilidad* (como capacidad de mantener el confort ante cambios) y *Accesibilidad* (que representa que tan accesibles están los potenciales clientes).

Al mismo tiempo cada criterio tiene sus propios atributos en la figura 1 se muestra un árbol en que aparecen los criterios y los atributos. El decisor ha indicado sus preferencias de criterios así ;

A = 0.55, B = 0.35, C = 0.10. (Suma total = 1)

Figura 1 Árbol de Criterios y Atributos

Criterio	Atributo
C1 Habitabilidad	C1,1 Luz Natural
	C1,2 Espacio en planta
	<u>C1,3 Tipo y Nro. de Ascensores</u>
C2 Confort	C2,1 Tipo de Pisos
	C2,2 Aislación Acústica
	<u>C2,3 Espacio Almacenamiento</u>
C3 Accesibilidad	C3,1 Distancia al Cliente
	C3,2 Garaje propio
	<u>C3,3 Transporte público</u>

Convertiremos este árbol en una tabla para poder analizar el peso que le damos a cada dimensión.

**Tabla 1** : Representación tabular del árbol de atributos (Habitabilidad)

Atributo	DEPARTAMENTO			
	A		B	
	Valor	Peso	Valor	Peso
C1,1 Luz Natural	Va=5	Wa=0,5	Va=8	Wa=0,5
C1,2 Espacio en planta	Vb=9	Wb=0,35	Vb=3	Wb=0,35
C1,3 Tipo y Nor. de Asecnsores	Vc=4	Wc=0,15	Vc=6	Wc=0,15
	$5 \times 0,5 + 9 \times 0,35 + 4 \times 0,15 = \mathbf{6.25}$		$8 \times 0,5 + 3 \times 0,35 + 6 \times 0,15 = \mathbf{5.95}$	

Luego tendremos que contrastar estos atributos contra los criterios del decisor, Entonces el peso del criterio  $C_1$ , será :  $6.25 \times 0.55 = 3.44$  para el departamento A, y  $5.95 \times 0.55 = 3.27$  para el departamento B. Un trabajo similar debería hacerse con el resto de los criterios y las dimensiones  $C_2$  y  $C_3$  para construir la tabla de decisión

**Tabla 2** : Matriz de decisión

Criterio	Departamento	
	A	B
Habitabilidad	3,44	3,27
Confort	3,84	4,19
Accesibilidad	2,69	2,43
Total	9,97	10,61

La simplicidad del método e evidente incluso sabiendo que tiene muchas facetas subjetivas. Como muchos de los métodos que veremos, el factor clave está en los pesos que asignamos.

En la literatura existen muchos ejemplos de este tipo, pero una de las propuestas realizadas por el profesor Zeleny muestra otra debilidad del método. En este caso particular uno de los criterios usados es la tasa interna de retorno (TIR) para dirimir la alternativa más conveniente entre varios proyectos de innovación. Dado que este criterio es el más importante para el decisor (DM en adelante) se le otorga un peso de 25% , mucho mayor que el del resto de los criterios. Pero como todos los proyectos tienen una TIR que depende más del contexto económico en que se desarrollan, este criterio tiene poco poder discriminador. Así todos los proyectos tienen una tasa cercana al 12% sin importar sus otras cualidades.

Este es un caso en el que el concepto de entropía podría ser utilizado. En realidad podríamos depender del criterio de TIR sin que esto afecte mucho la calidad y cualidad de la decisión que tomamos. La formulación del método de Zeleny se vale de este hecho y constituye con el resto de los criterios (que sí aportan poder discriminador sobre la decisión final) lo que se conoce como un núcleo (kernel). Este mecanismo permite quitarle el peso que

el lo los DM le otorgan a criterios que luego no tienen poder de discriminación, para repartir este delta entre el resto de los criterios, conservando la suma de todos valores en 100% (o 1).

### ***Método ELECTRE (Élimination Et Choix Traduisant la Réalité)***

Este método divide el juego de soluciones en dos áreas. Uno de ellas, llamada el núcleo (kernel), o cluster de soluciones más viables y un segundo que involucra las menos favorables. El método se enfoca obviamente es decir que en el primera área están aquéllas alternativa que puede ser la solución óptima para el DM y las que están fuera del núcleo podemos afirmar con un grado alto de confiabilidad que no tienen la alternativa óptima.

ELECTRE pertenece a la familia de métodos participativos siendo superior al que vimos antes porque establece una relación binaria entre las alternativas con respecto a todo el criterio (Vea Rogers et al. 1999) en que los expertos soportan las preguntas del DM.

En la literatura se dice también por la forma en que interroga a los expertos , las preguntas sugieren que a es superior b y se expresa como "aSb" si el número de criterios favorables hacia "a" es superior al de "b" y si no hay oposición fuerte hacia "a". Estas dos condiciones permiten eliminar del núcleo o incluir a una alternativa frente a otra.

Representamos esto en una matriz de concordancia que se construye y compara alternativas apareadas de dos en dos, donde siendo superior "a" existe si hay una supremacía fuerte en criterio; en paralelo construimos otra matriz del discordancia que se opone a la anterior en el sentido que opone la supremacía de una alternativa encima de otra.

Naturalmente, surge inmediatamente como pregunta sobre que valor nosotros podemos considerar "lo bastante mayores" para justificar una supremacía de una alternativa por sobre otra. Aquí el método introduce el concepto umbral.

Para construir las matrices que nos permiten establecer el ranking (o jerarquía de las alternativa) y establecer el umbral que separa a las que son parte de la solución de las que no lo son (kernel / out-kernel) , usamos una matriz de concordancia otra de discordancia y un nivel o umbral de mínima concordancia sobre la primera matriz. Este nivel será usado por el

DM para aceptar o descartar el criterio que produce concordancia o discordancia. Por cada par de criterio / alternativa se arma una matriz indexada. En ella se considera si el umbral es superado y en base a ello se arma el ranking.

ELECTRE I: Selecciona un conjunto de alternativas satisfactorio y trabaja con índices de concordancia. Miden la intensidad de los argumentos que favorecen la afirmación de que acción (a) supera a (b). También hay un índice de discordancia, es decir, la cantidad o intensidad de argumentos opuestos dentro de los criterios de análisis, que desafía la afirmación de que (a) es superior (b).

ELECTRE II: Selecciona un ordenamiento de alternativas y los umbrales se suman (agregan) a estas últimas matrices. Es muy poco usado en estos días.

ELECTRE III: Similares a ELECTRE II pero también agrega las relaciones outranking evaluadas y utiliza pseudo criterios, que son atributos que utilizan los umbrales de preferencia e indiferencia. Este método es muy utilizado por las personas e investigadores que vienen del área de la filosofía (lingüística, dialéctica, analista de sofismas en mensajes, etc)

ELECTRE IV: Similar a los ya comentados, sin embargo, una consideración importante es que no requiere pesos por criterios, que es un paso más contra la subjetividad. La interpretación de esta falta de peso, es, según [Flament 2009] ... "que esto no implica que todos los criterios tienen la misma importancia, pero que ninguno de ellos tiene una categoría inferior en sus relaciones con los demás". Si programas en lenguajes orientados a objeto o usar UML para describir tus procesos este método es el indicado para ti.

Como en todos los modelos que estamos describiendo, hay dudas con ELECTRE. Algunos investigadores tienen reservas y al parecer, motivado, por ejemplo, en casos que al fijar umbrales puede llevar a descubrir que el núcleo correspondiente está vacío. Esto implica modificar estos umbrales hasta que se produzca un núcleo, que lo que en sí constituye una arbitrariedad manifiesta del sistema. Este fenómeno puede ser bien comprendido si se usa la

método de optimización de “temple simulado” que frecuentemente apoya a este método de toma de decisión.

### **Ejemplo ilustrativo. Selección de una empresa de Turismo**

Un empresario desea tomar ventaja de las posibilidades que ofrece una cierta región de para el turismo durante todo el año (nieve en invierno) senderismo trayectos 4x4 y en verano, vela, pesca, caza, etc., como la región está dotada de muchas características naturales que puedan ser explotadas para el turismo, como montañas, lagos y bellos paisajes que sirven de marco en invierno y en verano. La firma está considerando dos tipos de proyectos (a) un proyecto para albergar a turistas y (b) proyectos innovadores que crean algunos otros puntos de interés temático enfocado. Los diferentes proyectos considerados son:

Proyecto A: la construcción del hotel y casino. Este proyecto pertenece al primer tipo ya que no aporta nada; Sólo tratará de atraer a la gente ofreciendo alojamiento y oportunidades de entretenimiento, para la gente a descansar, jugar, socializar y disfrutar del paisaje, y aprovechando las instalaciones ya existentes como caminar senderos, excursiones de pesca, cacería fotográfica rutas a caballo montar a cuatriciclos, parapente, etc.

Proyecto B: involucra la construcción de un teleférico desde el pueblo hasta la cima de una montaña cercana, que ofrece unas vistas espectaculares y un restaurante en la parte superior del edificio. Este proyecto luego añade una nueva atracción al área.

Proyecto C: construcción de un centro deportivo (estadio múltiple) y de entretenimiento muy grande incluyendo piscinas, palestras, saunas, bowling, tenis y campos de golf, etc., así como bailes salas y un centro comercial (Shopping).

Proyecto D: la construcción de un cine, una sala de teatro underground, complementada con restaurantes y discotecas y espacios para artesanos.

Proyecto E: la construcción un super centro comercial, así como restaurantes y discotecas y hotelitos.

Estos proyectos están sujetos a las siguientes condiciones o criterios:

C1: tasa interna de retorno (TIR), en porcentaje, lo cual debe ser superior a la rentabilidad que podría generar la misma cantidad de dinero si se coloca en otra inversión. En este sentido, había estimado las puntuaciones para cada proyecto, teniendo en cuenta los resultados de los estudios de factibilidad respectivo y Estados Financieros, teniendo en cuenta inversiones inicial, patrocinio posible préstamos y tasas de interés, capital de trabajo, banco, etc., durante un período de 30 años.

C2: Valor actual neto, en millones de Euros, teniendo en cuenta el mismo período; se obtuvieron puntuaciones como se indica arriba.

C3: amortización, que es la estimación del número de años para la recuperación de los desembolsos iniciales, con información de Estados financieros

C4: Alteración del medio ambiente. Este es un asunto serio debido a la insistente acción de grupos ambientalistas de la ciudad y comunidades autóctonas que viven en estas áreas; ambas se oponen a los proyecto y las regulaciones del Ministerio de Medioambiente exigen que sean atendidos sus puntos de vistas (Audiencia Pública). Existe un acuerdo de las calificaciones, que los valores provenientes de los impacto de cada alternativa, según encuestas y sondeos y las discusiones con las autoridades ambientales. Sin embargo, el Ministerio del medio ambiente requiere un trabajo adicional para compensar los daños que producirá la empresa – cualquiera sea –. Este costo adicional ya está incluido en el presupuesto.

**Tabla 3:** Matriz de decisión

ID Criterio		Criterio				Suma de Filas
		TIR %	VAN Millón €	Repago Años	Impacto Ambiental	
Peso Criterio		C1	C2	C3	C4	
Acción		Max	Max	Min	Min	
Hotel y Casino	A	7,5	8,09	6,5	7	29,09
Teleférico y Restaurante	B	6,9	8,54	7,1	6	28,54
Centro Deportivo	C	8,2	9,01	6,6	6	29,81
Teatro – Artesanos	D	7	6,9	9	8,5	31,4
Super Shpoing	E	8,2	7,4	5	8,5	29,1

Este método aplica como novedad el tratamiento previo de la información para que sea comparable. Esta técnica que en estadística se conoce con el nombre de normalización pretende llevar los valores a un rango en el que sean más comparables unos a otros. Se puede usar una técnica en la que cada valor  $x(i,j)$  se resta del mayor (o el menor) de la lista y se divide por el promedio. Se puede ensayar también elevar ambos miembros del cociente al cuadrado y luego sacar raíz, para que no tengamos valores negativos. En la tabla siguiente se ha empleado el método de la entropía y el valor de la constant  $k$  para cada coeficiente de la matriz se ha tomado empíricamente hasta obtener la máxima variabilidad. En este caso

$$k=(-0,01278) \text{ se usan además } 147,94 \text{ y los pesos relativos}$$

**Tabla 4:** Matriz de decisión, normalizada y ponderada

ID Criterio		Criterio				Suma de Filas
		TIR %	VAN Millón €	Repago Años	Impacto Ambiental	
Peso Criterio		C1	C2	C3	C4	
Acción		Max	Max	Min	Min	
Hotel y Casino	A	0,075	0,072	0,04	0,065	29,09
Teleférico y Restaurante	B	0,070	0,078	0,045	0,057	28,54
Centro Deportivo	C	0,018	0,079	0,04	0,054	29,81
Teatro – Artesanos	D	0,065	0,087	0,052	0,073	31,4
Super Shpoing	E	0,082	0,066	0,031	0,07	29,1
						147,94

El proceso comienza comparando un par de alternativas con respecto a un criterio. Si el valores de los puntajes satisfacen la acción, entonces este par recibe un puntaje igual al peso correspondiente del criterio. Por ejemplo, consideremos par A y B y criterio C1.

Los valores de ambas puntuaciones, 0.075 para un y 0.070 para B, que indica que están  $A > B$ . Puesto que este criterio necesita maximización, esta diferencia satisface la acción, y luego esta pareja consigue el valor 0.29 (peso de este criterio).

Consideremos ahora el criterio C2. Esto exige maximización, donde  $A = 0.072$  y  $B = 0.078$  o  $A < B$ , por lo tanto el acción no está satisfecha y colocó un '0'. Asimismo, considera el mismo par de criterio C3 donde  $A = 0.040$  y  $B = 0.045$ , o  $A < B$ , luego, porque este criterio exige un minimización, esta diferencia satisfacer el criterio y el criterio correspondiente peso de 0.18 se asigna a este par.

Para el criterio de C4 que reclama una minimización  $A = 0.065$  y  $B = 0.057$ , que es  $A > B$  y la acción no está satisfecha, luego se coloca un '0'. Si ambos resultados son los mismos, solo toma la mitad del peso para el criterio correspondiente.

Tabla siguiente muestra este resultado para el primer par A y B, como  $0,29 + 0,18 = 0,47$ .

**Tabla 5:** A/ B Primera ronda de concordancia

ID Criterio		C1	C2	C3	C4	Resultado de Este Par
Peso Criterio		0,29	0,26	0,18	0,27	
Acción		Max	Max	Min	Min	
Hotel y Casino	A/B	0,290	0	0,18	0	0,47

Repitiendo este proceso para cada par A-C, A-D, A-E, B-C, B-D, B-E, C-D, C-E, y D-E

obtenemos la matriz de concordancia.

**Tabla 6:** Matriz de Concordancia

	A	B	C3	D	E
A	-	<b>0,47</b>	0,38	0,73	0,53
B		-	0,29	1	0,53
C			-	0,71	0,53
D				-	0,135
E					-

### Comparación deductiva para construir la matriz de discordancia

Un procedimiento similar como se explica para la matriz de concordancia es ahora necesaria para esta nueva matriz, similares pero no iguales. Una vez más, un par de alternativas se comparan con respecto a cada criterio, pero ahora no estamos utilizando las diferencias para asignar un peso o ponderación de criterio; sino que utilizamos las diferencias en las puntuaciones en su lugar. Teniendo en cuenta las mismas acciones de antes para cada pareja y cada criterio, se calcula la diferencia absoluta entre ambas puntuaciones. Es decir para el par A y B y criterio C1 que exige maximización y, puesto que satisface el requisito, Se calcula la diferencia absoluta entre las puntuaciones,  $|0.075 - 0.070|$  (tabla 4). Puesto que para el segundo criterio la acción no está satisfecha, no tiene valor, entonces es computada como cero (0). Para C3 será  $|0.040 - 0.045|$ . Para C4 será '0' puesto que la acción no está satisfecha. La última columna de la tabla 7 registra el valor de la diferencia máxima, es decir, 0.005. El mismo procedimiento para todos los otros pares de alternativas nos da :

**Tabla 6A:** Matriz de Discordancia (primera ronda mínimo valor)

ID Criterio		C1	C2	C3	C4	Mínimo valor de la diferencia
Peso Criterio		0,29	0,26	0,18	0,27	
Acción		Max	Max	Min	Min	
Hotel y Casino	A/B	0,075 – 0,070	0	0,040 – 0,045	0	0,47

Ahora es necesario calcular también el máximo valor de la diferencia

**Tabla 6A:** Matriz de Discordancia (primera ronda máximo valor)

ID Criterio		C1	C2	C3	C4	Máximo valor de la diferencia
Peso Criterio		0,29	0,26	0,18	0,27	
Acción		Max	Max	Min	Min	
Hotel y Casino	A/B	0,075 – 0,070	0,072 – 0,078	0,040 – 0,045	0,065 – 0,057 	0,008

Finalmente se construye un RATIO entre el valor máximo y mínimo que pasa a conformar la matriz de discordancia.

En nuestro caso señalamos en negrita el valor 0,625 que es el resultado de dividir  $0,005/0,008 = 0,0625$  (Comparación de proyecto A vs B) .

**Tabla 7:** Matriz de Discordancia

	A	B	C3	D	E
A	-	<b>0,625</b>	1	1	1
B		-	1	1	1
C			-	0,468	0,391
D				-	0,029
E					-

Ahora que tenemos tanto las matrices de concordancia y discordancia, es hora de presentar a los umbrales. Asumiremos que el DM ha asignado un valor de umbral mínimo de  $c = 0.15$

para la matriz de concordancia. En consecuencia, todos los valores por debajo de este umbral son nulos, que es el caso en par D y E (tabla 6 A y B). Cuando terminemos esta comparación, la dominación de concordancia es la Matriz (tabla 8).

**Tabla 8 :** Matriz de Concordancia Dominancia

	A	B	C	D	E
A		1	1	1	1
B				1	1
C				1	1
D					
E					

Lo mismo se realiza con la matriz de discordancia indexada, pero ahora utilizando un umbral máximo de  $d = 1$ . No hay valor superior a este umbral y matriz de dominación discordancia (tabla 9) puede ser construido así.

**Tabla 9 :** Matrix de Discordancia Dominancia

	A	B	C	D	E
A		1	1	1	1
B			1	1	1
C				1	1
D					1
E					

El siguiente paso es una comparación de ambas matrices de dominancia, en la que las tablas 8 y 9 se comparan. Si un cierto referente a una alternativa está de acuerdo en ambas matrices,

se considera un 1. Así, por ejemplo, para una alternativa como la “A” encontramos que lo supera o domina en las dos tabla de concordancia respecto de B, C, D y E, y lo mismo ocurre en la matriz de discordancia en tabla 9. También son coincidentes para los pares B y E, C y D y C y E, pero no existen las coincidencias para C, D y E. Estas coincidencias permiten la construcción de la matriz de dominancia general agregadas, tabla 10.

**Tabla 10** : Matriz de Dominancia General Agregada

	A	B	C	D	E
A		1	1	1	1
B				1	1
C				1	1
D					1
E					

Este método permite representar esta matriz como un grafo que aporta a las terceras partes interesadas un buen elemento para entender el ranking sin saber el método matemático que la soporta. Este método es muy utilizado para el tendido y planeamiento de redes eléctricas que usan medidor inteligente y procuran incorporar energías alternativas a la generación convencional.

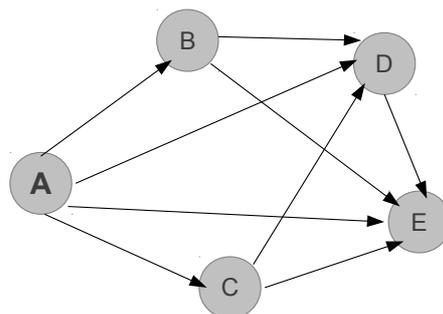


Fig. 1 Grafo de Ranking de Alternativas

## ***PROMETHEE-GAIA***

### ***(Preference Ranking Organization Method for Enrichment Evaluations)***

Este método también pertenece a la familia de modelos outranking e introduce conceptos y parámetros que representan una interpretación física o económica fácilmente comprensible por el DM (Flament 1999). Hace uso extensivo de pseudo criterios y trabaja mediante comparaciones entre dos alternativas y computación de la diferencia y luego aplica uno de seis “funciones de transferencia”. (Véase también Guerrero Padilla et al. 2000).

Una condición indispensable es que las diferentes alternativas sean siempre comparables. Para el criterio presentado 'i' y teniendo en cuenta dos alternativas 'a' y 'b', la diferencia entre ellos será igual a la diferencia de sus calificaciones, es decir:

$$d_i(a, b) = v_i(a) - v_i(b)$$

Introduciendo este valor en cualquiera de las funciones de transferencia, se encuentra un valor que estará entre 0 y 1, es decir:

$$0 \leq P_i[d_i(a, b)] \leq 1.$$

Este procedimiento se aplica a cada criterio y naturalmente puede ser una maximización o un criterio de minimización. Funciones de transferencia se muestran en la figura 2 (Brans et al., 1986).

Donde 'q' es el umbral de indiferencia. Este nivel de indiferencia identifica cuál es el mayor valor de la diferencia de que 'a' es indiferente a la 'b'. También hay un umbral de preferencia 'p', que identifica el valor mínimo de la diferencia en la cual distingue 'a' 'b'. Por ejemplo si la diferencia entre 'a' y 'b' es de 0.3 y el nivel de indiferencia es 0.45, 'a' y 'b' se considera indiferente. Sin embargo, si esta diferencia es más grande, y este valor es mayor que el nivel de preferencia, a continuación, 'a' > 'b'.

En consecuencia, en PROMETHEE es necesario utilizar una tabla de evaluación para establecer pesos o ponderaciones para cada criterio, seleccione la función de transferencia para cada criterio y finalmente establecer umbrales. Observe que para un valor dado de la diferencia, puede haber diversos valores para la preferencia de conformidad con la función de transferencia usada. Como se mencionó, para cada criterio, el modelo pide elegir una función de preferencia, y esta selección depende de las características del criterio. Así, para un criterio con una alta incertidumbre, es conveniente utilizar la función gaussiana; en otro, donde la diferencia es una relación directa con la calidad por ejemplo, es conveniente utilizar la función lineal. Además, observa que para valores pequeños de la diferencia, la función muestra un valor cercano a cero, es decir hay indiferencia.

Como alusión, en este método también hay un contenido alto de subjetividad, que se manifiesta en la selección de la función de transferencia y en la fijación de la indiferencia 'q' y niveles de preferencia 'p'. Existen varias versiones de PROMETHEE y cada una está construida con un propósito específico. muy general:

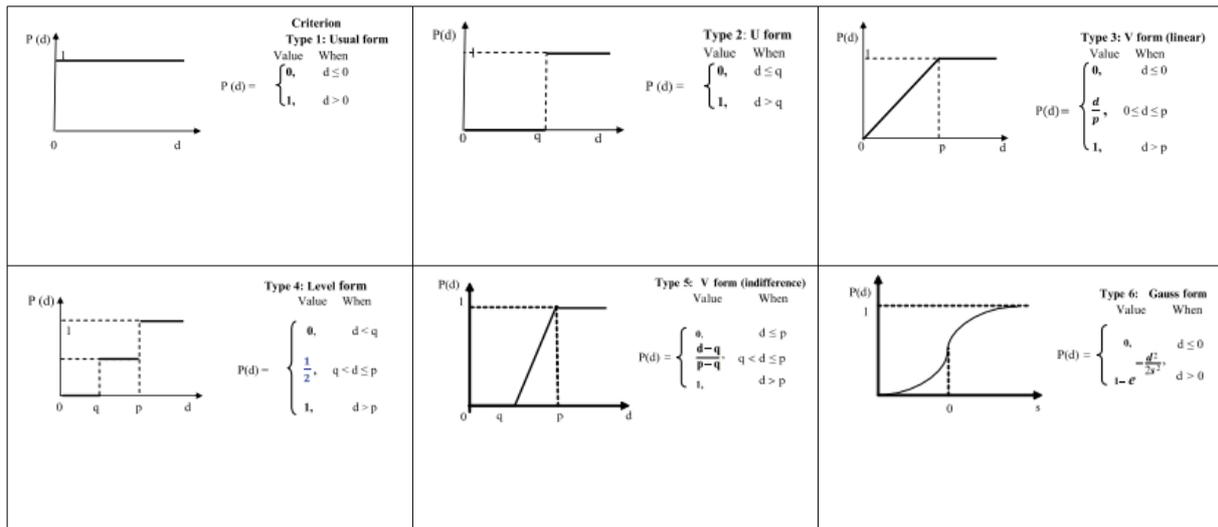
PROMETHEE I: Realiza una clasificación parcial de alternativas ya que considera que sólo aquellos donde existe una fuerte preferencia y no se compara alternativas conflictivas.

PROMETHEE II: Provee un rango completo de alternativas, que se basa en un resultado neto de los flujos positivos (que es alternativas dominantes ), y negativos (es decir, alternativas dominadas ). Esta versión utiliza el análisis de sensibilidad para aprender sobre la estabilidad de las soluciones cuando cambiamos algunos parámetros, por ejemplo pesos de criterios.

PROMETHEE III: Trabaja bien con relaciones de outranking contabilizadas ( como en LCA – Life Cycle Assesment) y también con problemas relacionados con lógica difusa. Utiliza Integer Linear Programming<sup>3</sup> que opera como coeficientes de los datos de función objetivo generados por PROMETHEE III.

PROMETHEE IV: Es usado cuando el número de alternativas es muy alto.

PROMETHEE V: Se utiliza combinado con programación lineal entera para rankear alternativas previamente seleccionadas por otros métodos (kernel). Además es capaz de operar con restricciones, pero la recomendación que sugirero es trabajar con el método de PL explicado al final del texto antes que usar esta alternativa.



Figuras 2 Función de Transferencia – Fuente: Munier (Análisis Decisión 2007)

**Secuencia de cómputo para el modelo PROMETHEE es como sigue:**

1. Prepare una matriz de decisión con criterios en columnas y alternativas en filas.
2. Asignar un peso a cada criterio y seleccionar una función de transferencia para cada uno.
3. Establecer umbrales de preferencia ('p' y 'q') e indicar si es maximización o un criterio de minimización.
4. Empezar a trabajar en la primera columna con las dos primeras alternativas (o sea las dos primeras filas) analizando la diferencia entre los valores de las dos alternativas en esa columna. Comparar esta diferencia con los umbrales y aplicar la fórmula correspondiente para la función de transferencia seleccionado. Luego multiplicar este valor por el peso asignado a ese criterio.
5. Una vez terminado de primera fila, se suman todos los valores obtenidos.
6. Construir una matriz cuadrada o una matriz de índices de preferencia, con las alternativas como filas y columnas. Asignar un cero en la intersección de una alternativa en una columna

con la misma alternativa en una fila y poner en cada celda el valor que se encuentra en el paso 5. Es decir, en la fila correspondiente a la alternativa 'a' en la intersección con la alternativa 'b', coloque el valor que se encuentra en (5).

7. El procedimiento se repite para los pares de alternativas.

8. Una vez terminado, se suman los valores en cada fila y luego calcular su promedio (Recuerde que divida por el número de alternativas menos uno, ya que siempre uno de los valores es cero). Este promedio indica el flujo promedio positivo, que es el que corresponde a las alternativas que generan. Hacer lo mismo para cada columna, que es el promedio del flujo negativo porque corresponde a las alternativas que la reciban.

9. Como alternativa normalmente genera y recibe los flujos, la diferencia de ambos evalúa su valor. El mayor valor de estas diferencias las señales de la primera alternativa en el ranking y el equilibrio de la disminución de los valores permite el ordenamiento del ranking de alternativas.

10. Análisis de sensibilidad para los criterios efectúa a través de la variación de los umbrales.

Recoiendo usar 'DecisionLab' (c) 4 que es el nombre de un software dedicado a resolver este problema. También realiza análisis de sensibilidad, para revelar información sobre cuánto es posible variar los parámetros sin modificar la solución encontrada. Existe una licencia para estudiantes de Maestría y Doctorado gratuita. (ver <http://www.prometheegaia.net/software.html>).

### **Ejemplo ilustrativo de uso de PROMETHEE para selección de dos alternativas de rutas.**

En esta sección se divide en dos partes, (a) y (b).

(a) explica con un ejemplo cómo proceder manualmente.

(b) desarrolla un estudio de caso usando el software DecisionLab ®.

**Parte a)** Resolviendo manualmente (hoja de cálculo)

Considere un proyecto elemental con dos rutas alternativas y tres restricciones (o criterios) como se muestra en la tabla 11 . Las alternativas se refieren a diferentes rutas pavimentadas.

**Tabla 11 :** Planteo típico de Promethee-GAIA

Datos				
Acción	Min	Min	Max	
Criterio	Distancia Total (Km)	Costos Total (Millones de €)	Ahorro por año (Millones de €)	
Ponderación	0,22	0,55	0,23	
Tipo de Función	Usual	U	Lineal	
F. Transferencia				
Umbrales P			20	
Umbrales Q		300	10	
Alternativas				
<b>Ruta A</b>	1820	1389	36	
<b>Ruta B</b>				
Comparación de Alternativas				
A/B	0	0	0,007	$0+0+0,007= 0,007$
B/A	0,22	0	0	$0,22+0+0= 0,22$

Elegir entre dos puntos, y criterios que se refieren a distancias, gastos y ahorros no es simple, pues no son cosas directamente comparables.

El objetivo es seleccionar la ruta que mejor satisface al DM.

En realidad no se espera que el analista vays a resolver (a mano) este problema

haciendo todos los cálculos en papel o incluso en hoja de cálculo (es engorroso y muy propenso a errores), pero es importante para él o ella entender lo que hace el software, y este es el propósito de este ejemplo. Las reglas para trabajar con PROMETHEE

son fáciles de seguir:

1. Preparar la mesa de decisión como se muestra en la tabla 11.
2. Especifique el tipo de acción previsto para cada criterio (maximizar o minimizar).
3. Especifique el peso asignado a cada criterio.
4. Para cada criterio, seleccione el tipo de función de transferencia que considere mejor los datos. Si hay incertidumbre, uno podría elegir la gaussiana.
5. Establecer umbrales "p" y "q" cuando sea aplicable.

Estos son los datos; Ahora empieza con el análisis.

6. Considere un par de alternativas en relación con el primer criterio (distancia Total), principalmente, compruebe que este criterio exige una minimización.

7. Comprobar cuál de las dos alternativas va a cumplir con esta acción de minimización. Evidentemente no A, porque  $1.820 > 1.400$ , o  $A > B$ , por lo tanto A no domina a B, y se colocarán en celda A/B un '0' en la columna 1.

Examinar ahora la segunda columna y por el mismo par. Otra vez pide una acción de minimización, pero en este caso esta solicitud es honrada por los valores  $1.389 < 1.525$  o  $A < B$ . Por lo tanto, A domina B. encontrar la diferencia; en este caso  $1.525 - 1.389 = 136$ .

8. Compruebe si este valor es menor o mayor que 'q'. Desde que  $q = 300$ , esta diferencia es menor, lo que significa que hay una indiferencia y la función cuya ordenada vale '0'. Es decir, si bien es cierto que A domina B, la diferencia es menor que el umbral establecido y entonces se asume que el valor de un es '0'.

Coloque este valor en celda A/B columna 2.

9. Vaya ahora al tercer criterio en la columna 3, que pide una acción de maximización. Dado que  $36 > 23$ , o  $A > B$ , A cumple de la acción. Encontrar la diferencia; en este caso  $36 - 23 = 13$ . Compare este valor con dos umbrales. Puesto que es mayor que 'q'(10) y más

pequeño de 'p' (20) Utilice la fórmula correspondiente;  $(d-q)/(p-q) = (13-10)/(20-10) = 0,3$ . Multiplicar este valor por el peso del criterio (0,23) y coloque este resultado en la celda correspondiente  $(0,23 \times 0.30) = 0,07$ . Coloque este valor en la celda A / B columna 3.

10. Sumar valores en fila para la ruta A.
11. Proceder de la misma manera para el par inverso B / A (segunda fila).
12. Se suman los valores en cada fila y en el A / B = 0,07 y B / A = 0,22.
13. Ahora construir tabla 3.14, que es una matriz cuadrada formada por alternativas A y B.
14. De conformidad con lo anterior los valores en el A / B lugar 0,07 y en B / 0,22 tiene lugar.
15. Añadir filas que representan flujo positivo, que es la dominación de la alternativa en esa fila, y las columnas, que es las alternativas dominadas, que es el flujo negativo.
16. Deducir de la fila correspondiente a la ruta A la columna de valor para la misma alternativa. En este caso será  $-0,07$   $0,22 = -0,15$ . Hacer lo mismo para la ruta B.

Las razones para hacer esto es que las filas representan 'corrientes' que se originan allí mientras que las columnas representan 'hunde' del flujo y por esta razón la diferencia entre estas dos corrientes para cada alternativa será el flujo neto y representa su valor relativo. Como puede apreciarse, ruta B obtiene un rango mucho mayor de ruta y por lo tanto es la opción preferible.

Naturalmente esto era un ejemplo elemental; el mismo caso pero con más alternativas y criterios se resuelve en la siguiente sección usando el software dedicado.

**Tabal 12:** Matriz de Mezclas Apareadas

	Ruta A	Ruta B	Suma de Flujos Positivos	
<b>Ruta A</b>		0,07	$0+0,07=0,07$	Suma Flujo Neto <b><math>0,07 - 0,22 = -0,15</math></b>
<b>Ruta B</b>	0,22		$0,22 - 0 = 0,22$	
Suma de Flujo Negativo	$0+0,22= 0,22$	$0,07 + 0 = 0,07$		<b><math>0,22 - 0,07 = 0,15</math></b>

**b) Estudio de caso: Selección de ruta para un oleoducto**

Proyecto (resuelto mediante el Software DecisionLab ® o mediante Expert Choice)

Este caso que presentamos es muy complicado para abordarlos en hoja de cálculo. Usaremos con la mitad de los alumnos del curso ambos software y comentaremos las ventajas y desventajas de cada uno.

El proyecto:

Este proyecto consiste en la construcción de una tubería para el transporte de petróleo de la zona del mar negro al norte de Italia para una distancia de aproximadamente 1.700 km. existen tres vías posibles consideran que difieren en duración, costo, topografía y dificultades. A lo largo de esta distancia, el oleoducto atraviesa bosques, pantanos y campos de agricultura, cruza ríos, pasa una zona sísmica y trepa a las montañas. El gasoducto, principalmente enterrado a una profundidad promedio de aproximadamente 2 m, ejecutará elevado (que está sobre el suelo) en algunas áreas, debido a diversas razones.

Criterios (en columnas) son:

1. Distancia total. Italia del norte del mar negro. Las rutas propuestas son:

North Central: Cruzar Rumania, Hungría y Austria. Central: Pasar a través de Rumania, Bosnia y Herzegovina, Croacia y Austria.

Centro sur: A través de Rumania, Serbia, Croacia y Austria.

Estas rutas diferentes constituyen tres diferentes alternativas para evaluar. Cada ruta es diferente, desde el punto de vista geográfico, geológico y político y estos factores son considerados en este estudio.

2. Costo. Naturalmente, tiene suma importancia, y varía no sólo con la distancia pero

principalmente con la naturaleza y magnitud de accidentes geográficos como cruzando ríos, pantanos, terrenos agrícolas, forestales, etc..

3. Opinión de la gente. Concepto muy importante que fue evaluado por medio de encuestas y sondeos, para encontrar gente lo suficientemente cómoda con la tubería corriendo cerca de sus ciudades y pueblos.

4. Vulnerabilidad. Se refiere a cómo expuesta será el gasoducto; Eso es lo que puede absorber ciertos riesgos especialmente aquellas relacionadas con el clima muy frío, inundaciones, accesibilidad para reparaciones, tiempo de respuesta de los equipos de mantenimiento para llegar a un sitio con problemas, etc..

5. Las economías y externalidades. Cada ruta tiene un costo basado no sólo en las actividades de construcción, sino también -muy importantes en un mayor o menor grado- en la construcción de instalaciones para mover el aceite muy viscoso (cierres hidráulicos de fugas). Este último consiste en bombear, desde estaciones de control y retornar el aceite aguas arriba por caminos de servicio, y por lo tanto hay ahorros diferentes según la longitud de la tubería, la inclinación en algunos sectores, el tipo de suelo a excavar, etc..

6. Tierra Agrícola .Es un tema muy sensible cuando la tubería cruza tierra cultivada y por varias razones es que este impacto debe mantenerse al mínimo.

En consecuencia, la reacción de la gente a la invasión de sus tierras y la destrucción parcial de su método de subsistencia, aunque con algún tipo de compensación, debe ser evaluada. Es cierto que la mayoría de la tubería va bajo tierra, pero incluso en ese caso, es necesario poner en el bombeo y control las estaciones antes comentadas, así como vías de servicio que podrían utilizar las tierras agrícolas.

7. Elevación de la tubería. En algunas zonas, no es conveniente tener la tubería corriente subterránea porque es demasiado caro (como la apertura de zanjas en roca sólida), por lo tanto, a veces es conveniente poner el tubo sobre el terreno aunque sin tocarla pero elevada. Por supuesto, hay también los gastos de esta actividad, que además aumenta la vulnerabilidad del sistema debido a su visibilidad.

8. A veces hay que cruzar pantanos y este es un tema muy delicado por razones ambientales, por lo tanto es aconsejable reducir la travesía tanto como sea posible.

9. Riesgo terremoto. Todas las tres alternativas frente a este riesgo. Lamentablemente las

tres alternativas entran en zonas de alto riesgo, especialmente en Rumania con riesgo moderado en Croacia y Eslovenia, y esto debe ser considerado.

10. Riesgo de sabotaje. El oleoducto atraviesa áreas políticas altamente sensibles especialmente en la región de los Balcanes, y esto es algo a tener en cuenta.

### ***AHP (Analytic Hierarchy Process)***

Este modelo funciona mediante el establecimiento de las preferencias. En su primera etapa, computa pesos de criterios. Comienza por hacer comparaciones apareadas entre criterios y construye una matriz cuadrada de la cual se calcula el autovector, que luego es utilizada como un vector de peso para los criterios. En muchas aplicaciones, el método AHP se detiene aquí, sin embargo, la metodología permite también en una segunda etapa para la determinación de alternativas de la graduación, cuando se comparan alternativas entre sí con respecto a un criterio específico. Se repite este procedimiento teniendo en cuenta todos los criterios, y la suma de los ponderadores de estos valores indica las alternativas dominantes y por lo tanto el ranking.

Es más complicado escribir y leer como funciona que verlo en el software específico.

Este método es muy popular en muchas aplicaciones diferentes, algunos de ellos no convencionales, como por ejemplo, en el cuidado de la salud gestión de residuos (Brent et al. 2007) (véase también Ghazinoory et al. 2008). Una de las razones para su difusión y favoritismo con los profesionales es su simplicidad y el hecho de que establece relaciones entre criterios y alternativas de acuerdo a las preferencias. El DM, quién puede expresarlas en frases, o lenguaje natural; o simples frases, utilizando una cierta escala, que dan lugar a números cardinales.

Sin embargo, el método, llamado proceso analítico de jerarquía (AHP), ha recibido algunas críticas adversas desde el punto de vista técnico porque, entre otros aspectos, carece de una base matemática para la escala utilizada para convertir conceptos ordinales en valores

cardinales. Tal vez motivado por esta crítica o simplemente para mejorar el método, su autor ha desarrollado una versión ampliada del modelo, aunque basada en los mismos principios, que se llama proceso de red analítica (ANP).

Esto es sin duda más realista, pero también más laborioso debido al gran número de las comparaciones requeridas. Pero en opinión de este profesos esto es fantástico para desatar el diálogo cuando los decisores son más de uno.

The model starts by identifying the criteria, which will be used to evaluate the different alternatives, as in all methods, and then, proceeds as indicated by the following steps:

1 . It starts by building a square matrix using the same criteria in columns and in rows.

2 . Then, it makes a pair comparison of criteria using preferences, regarding the objective as a reference, and assigning a valuation measure between 1 and 9

3. Ahora, se encuentra el vector propio. (El software lo hace, si no, el analista puede seguir el sencillo como el estalbecido en SciLab o Matlab que se indicará más adelante, pero no recomiendo para esta clase).

4. Alternativas de peso que se aplica un procedimiento similar. Ahora, hace la comparación de pares de alternativas con respecto a un criterio. El resultado es una matriz cuadrada recíproca nueva para cada criterio, con su correspondiente cuadráticos. Cuando se repite este procedimiento para todos los criterios, habrá un valor o peso para cada alternativa y para cada criterio.

5. Luego, se multiplica el valor de cada alternativa por el peso del criterio correspondiente.

6. Por último, suma todos los valores de una alternativa. La cifra final indica la importancia de cada uno

Para cerrar el estudio de los métodos propuestos analizaremos el caso del gasoducto por este método.

## **Programación Lineal para toma de Decisiones**

Es raro encontrar en la literatura, salvo la que estamos utilizando aquí, en la que se utilicen LP o LPI para toma de decisión. Lo interesante de observar, es que los dos tipos de problemas (optimizar y decidir) tienen una estructura matemática muy parecida.

Para poder entender mejor esta semejanza es necesario profundizar un poco más en el tema de programación lineal multi objetivo y multi criterio. El contenido de esta parte del curso excede lo que teníamos en mente al proponer avanzar en toma de decisiones, pero si contamos con su aprobación y el tiempo nos deja espacio dejaremos este tema desarrollado.

Repasaremos algunos temas ya conocidos de PL para pasar al tema de PL MO MC.

### ***Programación Lineal para un Objetivo Simple***

#### ***Extracto***

Esta parte del texto está dedicada a la programación lineal, la cual tiene una enorme aplicación en el mundo. Explicaremos usando un ejemplo de simple comprensión para que todo el mundo. Pretendemos utilizar esta técnica para la resolución de problemas de toma de decisión. Si Ud. no domina este tema este punto es para usted. Si ya ha incursionado en estos temas puede saltar al próximo título.

La programación lineal explicada aquí trabaja con un solo objetivo que es común en muchas aplicaciones en diferentes campos. Las grandes ventajas son sintetizadas en 3, enumerando:

1. Permite la aplicación de un algoritmo para resolverlo.

2. Resuelve y contesta una solución óptima.
3. En un análisis extensivo a distintos escenarios que agrega un valor para su posterior análisis de sensibilidad (del tipo ¿Qué pasa si?).

### ***Breve teoría en programación lineal***

La PL trabaja en el dominio del álgebra lineal especialmente en álgebra matricial. Comienza con los datos en este caso una tabla de decisión que contiene el conjunto de valores (números) de cada alternativa correspondiente a cada criterio identificado como  $a_{ij}$  conformando la matriz “A”.

$$[A] = \begin{pmatrix} a_{(1,1)} & a_{(1,2)} & \dots & a_{(1,j)} \\ a_{(2,1)} & a_{(2,2)} & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{(i,1)} & a_{(i,2)} & \dots & a_{(i,j)} \end{pmatrix}$$

Las variables o alternativas son representadas como  $x_j$  (expresada como vector “X”) y los valores umbrales componen el vector “B”.

Trabajando con estos valores individualmente los enlazamos en una matriz formal como sigue:

$$[A] \cdot [X] = [B]$$

Nuestra incógnita puede calcularse  $[X] = [B] \cdot [A]^{-1}$ , que debe satisfacer simultáneamente la función lineal objetivo  $[Z] = [C] \cdot [X]$  con lo que logramos resolver los valores deseados que optimizan Z y respetan las restricciones de B.

### ***Modelando Casos actuales***

En nuestros días es una rareza que en los actuales casos las diversas alternativas de un proyecto no estén relacionadas unas con otras. Como resultado nuestro problema matemático intentará representar tan legítimamente posible estas condiciones y también se podrá expresar el resultado en diferentes maneras dependiendo de la naturaleza y características del problema, por ejemplo:

- Los valores fraccionales para cada alternativa usualmente se encuentran en el caso cuando el resultado puede ser expresado como una combinación o mezcla de los proyectos a realizar los cuales se encuentran compitiendo por los mismos recursos. Un ejemplo, el conjunto de proyectos urbanos como red cloacal, salud y medioambiente estarán compitiendo por los mismos fondos, trabajadores y tierras, etc.
- Los valores enteros son utilizados ya que no es posible construir 0.35 hospitales, 2.84 casas, etc.
- Los valores binarios son muy comunes cuando “1” significa “sí” y cuando “0” significa “no” cuando son proyectos mutuamente excluyentes, es decir se realiza uno de los proyectos pero no ambos.

Es posible establecer estas condiciones en un modelo LP por ejemplo la condición fraccional se expresa como:

$$\sum_{i=1}^k (x_j) \leq 1$$

Este caso es cuando queremos determinar un ranking de las alternativas como solución.

Si el proyecto  $X_B$  depende de que el proyecto  $X_A$  se haya completado la siguiente relación puede ser establecida:

$$X_{(B)} \leq X_{(A)}$$

Esta instancia es para cuando hay 2 proyectos que involucran el mismo producto y uno de ellos consiste en medir el estudio de mercado de la demanda para esa aplicación ( $X_A$ ) y la otra para la planificación de construcción de la planta ( $X_B$ ). Es posible establecer que ( $X_B$ ) no puede comenzar si el proyecto ( $X_A$ ) no ha sido aprobado.

También puede suceder que existan 2 proyectos  $XC$  y  $XD$  que dependen de que se haya completado  $X_A$  y  $X_B$  en este caso se indica:

$$X_{(A)} + X_{(b)} \leq X_{(C)} + X_{(D)}$$

Puede existir el caso de una restricción no lineal y en ese caso:

$$X_{(A)} \cdot X_{(B)} = 0$$

A veces, por diferentes motivos se requiere que un particular proyecto deba ser parte de la solución por ejemplo un proyecto todavía en ejecución la solución es forzada a aceptar algo pre- establecido. Esto es expresado:

$$X_{(j)} \geq 0$$

Ocasionalmente existen restricciones muy estrictas como en el caso donde los fondos deben ser gastados en el año fiscal (caso contrario deberían devolverse):

$$\sum_{(i,j)}^{(i,j)} a_{(i,j)} \cdot x_{(j)} = 1$$

La anterior fórmula es usada cuando el ranking u orden debe ser expresado como un porcentaje o cuando hay una necesidad de indicar cuál es el proyecto a considerar. Como se ha visto la metodología permite representar las condiciones de la vida real.

## **Tópicos avanzados de toma de decisiones**

### **Problema multi-objetivo a través del método gráfico**

#### ***Caso de estudio: Selección entre 2 fuentes renovables de energía***

Un desarrollador industrial quiere adelantarse de beneficios impositivos por capital de inversión con proyectos de energía renovable. Desde este punto de vista está contemplando 2 alternativas:

- a. uso de paneles solares (SE)
- b. uso de células fotovoltaicas (PV)

En el primer proyecto la energía es producida cuando los rayos solares inciden sobre espejos parabólicos que siguen al sol desde el amanecer al anochecer. Los rayos solares se concentran en la toma de central por la forma parabólica de los espejos. En este caso el calor

concentrado recalienta a una solución de sal a una elevada temperatura. La energía térmica es luego transmitida para hervir agua que genera vapor a alta presión usado para movilizar una turbina de vapor la cual impulsa un generador eléctrico.

El segundo esquema usa paneles fotovoltaicos que convierten a la radiación solar directamente en energía eléctrica.

Ambas alternativas generan limpia e inagotable energía y tiene diferentes características en cuanto a eficiencia, costo por KW producido, uso de suelo, etc.

El emprendedor adquirió un gran terreno en un país que cuenta con un gran recurso solar donde ambos esquemas son posibles en arreglos en combinación o aislados. En este simple ejemplo la DM (Matriz de Decisión) considera 4 criterios que deben cumplir los sistemas. Cada alternativa tiene un valor o puntaje obtenidos de estudios técnicos.

**Tabla:** Matriz de Decisión para el caso de energías renovables

Índice Costo	0,72	0,68	Minimizar	
Alternativa o variables	Energía Solar (SE)	Fotovoltaica (PV)	Acción	Umbral
Criterio				
(a) Índice Eficiencia	0,85	0,75	Maxim. (<=)	1,00
(b) Índice Financiero	0,78	0,98	Maxim. (<=)	0,84
(c) Índice uso Tierra	0,92	0,65	Maxim. (<=)	0,94
(d) Índice Energía Gen.	0,99	0,60	Maxim. (<=)	0,80

(a) índice Eficiencia	$0,85 * SE + 0,75 * PV \leq 1,00$
(b) Índice Financiero	$0,78 * SE + 0,98 * PV \leq 0,84$
(c) Índice uso Tierra	$0,92 * SE + 0,65 * PV \leq 0,94$
(d) índice Energía Gen.	$0,99 * SE + 0,60 * PV \leq 0,80$

Observe que los valores son cuantitativos y reales derivados de datos técnicos. Este

escenario puede ser puesto en un contexto matemático y las ecuaciones son las siguientes:

Esto es, la primera ecuación expresa que la energía solar alternativa contribuye con un valor de 0.85 del índice de eficiencia mientras la PV contribuye con 0.75. Cuando los algoritmos encuentran valores para SE y PV, luego la primera ecuación debe ser satisfecha. Esto es, la sumatoria de los valores debe ser menor que 1 (valor umbral), y por lo tanto el signo “<” (menor a...) por que el criterio se refiere a la eficiencia y es comprensible que la combinación de la eficiencia tiene que ser menor a 1, porque como sabemos es que la eficiencia no puede ser mayor que 1.

Ciertamente el lector se pregunta de donde provienen estos valores. Vamos a realizar un pequeño análisis para los valores de ambas ecuaciones objetivo y criterio para ilustrar cuales son las consideraciones a tomar en cuenta.

### **Valores de la función objetivo**

La función objetivo intenta la minimización de costos y sus valores aluden que la generación con SE (0.72) es más cara que la PV (0.68). Estos valores son el resultado de considerar distintas problemáticas. Por ejemplo en el caso del sistema SE, pueden ser:

- a. Adquisición de espejo y dispositivos de seguimiento.
- b. Construcción de la torre.
- c. Adquisición del equipo de generación.
- d. Se requiere parte de la energía generada en el proceso de seguimiento.
- e. Este sistema tiene la ventaja de generar corriente eléctrica alterna, la cual se inyecta en la red eléctrica directamente.

Ahora considerando Pv:

- a. los paneles PV son más caros que los espejos
- b. probablemente la eficiencia es reducida por la capa de polvo que se forma
- c. el sistema genera corriente directa por ende necesitara de un equipo de conversión

Como podemos apreciar es un tema complejo, pero esta evaluación es esencial para definir los valores para la función objetivo. Sin embargo, los valores pueden ser lejos de ser certeros y después el resultado puede reflejar esta carencia de evaluación exacta. Por este motivo como otros problemas una vez que son resueltos es recomendable realizar un análisis de sensibilidad para apreciar cuanto los cambios significativos de estos valores afectan a los resultados los cuales indican el grado de estabilidad de las soluciones.

### **Características de los criterios**

Si vemos el primer criterio (índice de eficiencia) para maximizar, que significa obtener la eficiencia máxima, que debe un valor tope de 1. Teniendo en cuenta que aparte del hecho que ambos sistemas trabajan bajo completamente diferentes principios físicos, en general la energía solar tiene una mayor eficiencia, ya que se puede utilizar desde la salida del sol hasta el ocaso y luego también ya que el calor puede ser almacenado durante el día en dispositivos especiales y luego utilizado al atardecer y parte de la noche. No es lo mismo con PV porque la energía generación se detiene al atardecer.

El índice financiero exige minimización, que es la suma de los productos debe tener, como mínimo, un valor no inferior a 0,84, lo que podría representar algún tipo de retorno de la inversión (obviamente, no como un porcentaje). Consideraciones similares son válidas para el tercer y el cuarto criterio. Con respecto al uso de la tierra utilizar el índice de la desigualdad dice que cualquiera que sea la combinación de sistemas, el uso de la tierra debe no exceder de 0,94, lo que podría representar, por ejemplo, el tamaño máximo de la trama de tierra con el que se cuenta.

El cuarto criterio, el índice de la energía generada, se refiere a la energía total generada y del mismo modo, la desigualdad indica que, cualquiera que sea la combinación de las tecnologías utilizadas, la energía debe ser como mínimo 0,80 lo que podría representar la economía de escala para esta clase de empresas. También podría ser un criterio que indica que cualquiera que sea la combinación de las tecnologías usar el costo por KW no debe superar

un cierto valor, lo que normalmente se establece por el mercado, de lo contrario la energía producida podría no ser competitiva.

El único propósito de este breve comentario ha sido ilustrar cómo un matemático modelo puede aproximadamente a imitar la vida real. En este ejemplo, hemos examinado:

- Los valores de los costos para la función objetivo, así como el umbral
- Los valores de justificación para el índice de eficiencia, así como el umbral
- Resultados financieros, uso de la tierra, y los índices totales de generación y los correspondientes umbrales.

Como se puede ver, no hay lugar para la subjetividad aquí, y este es un punto fuerte de la LP, sin embargo el lector podría preguntarse qué sucede en un caso de funciones DM. En este caso la persona que decida qué criterio usar, aún si esta persona no puede argumentar en contra de los sujetos técnicos, puede ser que deba lidiar con otras problemáticas que no tienen los beneficios de contar con valores técnicos.

Por ejemplo, muy probablemente, el proyecto consistirá en cuestiones que afectan a la sociedad; estos datos normalmente proviene de encuestas, sondeos y consultas. Esta información por lo general necesita un cierto nivel de interpretación de la DM, así como su vinculación con los límites ambientales del proyecto, y podría estar sujeto a las preferencias de DM.

Además, el DM puede o puede no estar de acuerdo con los umbrales y se requerirán cambios. Por ejemplo, un proyecto que apunta a la protección de un patrimonio, el criterio económico podría implicar el establecimiento de honorarios para los visitantes.

Aquí, el DM puede tener una conclusión acertada, basada en el conocimiento, experiencia e intereses del que efectúa el análisis. En conclusión, es el DM que acepta o rechaza una solución dada por cualquier modelo y puede elegir en lugar de una segunda o incluso una tercera alternativa en el ranking.

### **Criterios de acciones**

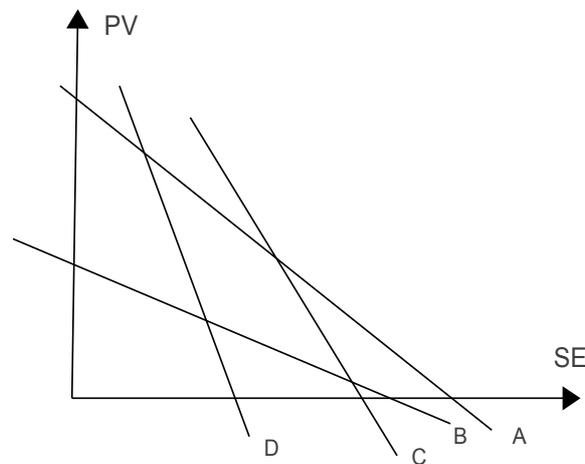
En este sencillo ejemplo sólo hay cuatro criterios, con la maximización y minimización acciones, y por supuesto que se pueden combinar, pero en un caso real que podría haber cientos, por ejemplo, relacionadas con aspectos tales como:

- Los fondos disponibles (MAX),
- Los daños al medio ambiente en la producción de espejos y las células fotovoltaicas (MIN),
- Disminución de la eficiencia debido a la acumulación de polvo en los espejos y placas que reducen acción de los rayos solares (MIN),
- Grado de satisfacción o insatisfacción de la gente del barrio con este proyecto (MAX o MIN),
- Beneficios económicos presentados por el proyecto (MAX),
- Efecto que el calor acumulado podría tener en el medio ambiente (MIN),
- El costo de oportunidad por el uso actual de la tierra para fines industriales, pero que también es adecuado para la cría de ganado (MIN o MAX)
- La probabilidad de daños por granizo (MIN),
- Fiabilidad del sistema debido a los días nublados, etc (MAX).

Por supuesto, también podría haber muchos más alternativas, como por ejemplo la instalación turbinas de viento o la combinación de calor con una estación de energía nuclear, o cualquier otro acuerdo.

Volvamos a la solución de nuestro problema ahora que la tabla de decisiones y la función objetivo se han explicado. ¿Cómo resolver este problema? Es decir, ¿cómo encontrar la mejor alternativa o combinación de alternativas que minimicen el costo total? Este es el objetivo y la pregunta que formula el DM. Puesto que hay son sólo dos variables o alternativas, el problema se puede resolver gráficamente. Para ello que consideran un sistema de coordenadas

formado por el eje SE y PV y representan por líneas A, B, C y D del sistema de inecuaciones. Ver la siguiente figura:



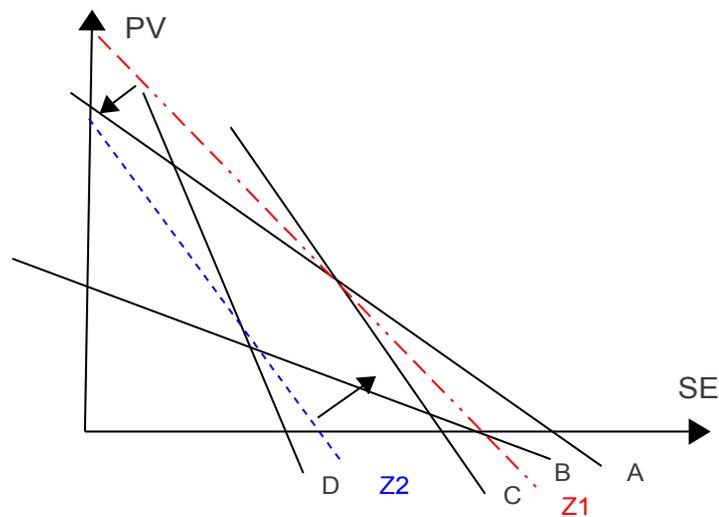
Como se observará, los criterios representados por las desigualdades A, B, C y D se indican mediante líneas rectas y tienen un campo de validez de acuerdo a sus signos. Por lo tanto, la desigualdad es un área válida por debajo de esta línea y limitada por los ejes SE y PV. Cuando estas condiciones son consideradas para todos los criterios, se forma un polígono. Dentro de ella son todas las viables soluciones del problema, pero las que son eficaces sólo en los vértices abcd.

### ***Solución gráfica***

La función objetivo Z (línea discontinua) - que también es una ecuación lineal - puede ser desplazada paralelamente a sí misma hasta que se convierte tangente a uno de los vértices del polígono.

Hay dos vértices en los que puede llegar a ser tangente, 'a' y 'd', pero 'a' corresponde a un

máximo, por lo tanto, ya que el objetivo llama para una minimización, la solución es en el vértice 'd'. Esta es la mejor y óptima solución. De acuerdo con este resultado, la mejor solución es una combinación de alternativas que es un 59% de la producción total se debe generar por la SE y el 41% en PV. Tenga en cuenta que el modelo elegido un valor mayor para la alternativa SE a pesar de que no es el más barato, y esto es debido a que otros factores también están jugando en la selección, no sólo el costo.



### ***Los cambios en la función objetivo***

Observe que si por alguna razón es necesario para ajustar o cambiar los coeficientes de la función objetivo  $Z$ , esta línea cambiará su inclinación, por ejemplo, como en  $Z'$  (línea de puntos). Sin embargo, tenga en cuenta que por un tiempo  $Z$  puede pivotar en 'd', lo que significa que el solución se mantiene incluso para variaciones relativamente importantes en los coeficientes de  $Z$ , y esto es importante porque asegura que no es la estabilidad de la solución encontrada. La variación puede ser en un solo coeficiente o en ambos al mismo tiempo, y con una creciente y la otra decreciente, o ambos que varían en el mismo sentido.

Por supuesto, esto no es una norma, y en muchas situaciones una ligera variación en uno o dos de los coeficientes  $Z$  puede cambiar la solución, pero sabiendo de esta circunstancia es muy importante para los la DM, especialmente en proyectos en los que existe una gran incertidumbre.

Sin embargo, si hay grandes cambios en uno o en ambos coeficientes de coste, para ejemplo, si el coeficiente para PV cambia de 0,68 a 0,43,  $Z$  va a cambiar su inclinación y se convertirá en un  $Z''$  (guión y la línea de puntos), tangente al vértice 'a' y luego ofrecer una nueva solución, como se muestra en la figura. 4.2, que consiste en el desarrollo de sólo el sistema de PV.

Este análisis es muy importante, ya que permite que el DM a examinar lo que sucede si el índice de costo de PV cae debido a los avances tecnológicos o de producción masiva, o por el contrario, si el índice aumenta para SE. Tenga en cuenta, además, que la original solución encontrada es estable ya que hay una necesidad de una fuerte caída de más de 36% en el costo de la energía fotovoltaica para la solución al cambio.

### ***Criterios de Importancia***

Observe que los criterios B y D son los únicos que definen el vértice 'd'. Por consiguiente, estos dos criterios son los más importantes de los cuatro considerado. ¿Por qué son importantes? Debido a que su variación puede modificar la solución alcanzada.

Efectivamente se puede verificar que el cambio de, por ejemplo, la inclinación de D o su posición, va a cambiar las coordenadas de 'd' y alterará los valores encontrados anteriormente.

¿Cómo puede el cambio de inclinación? Se puede cambiar si se modifica la puntuación de las alternativas (incluso con sólo uno de ellos) que corresponde al criterio D, por ejemplo conmutación de la puntuación de PV 0,60-0,55, como si por ejemplo se ha encontrado que el primer valor es demasiado alto.

### ***El cambio en los umbrales***

¿Cómo puede el cambio de posición, incluso la celebración de la inclinación? Se lleva a

cabo mediante el cambio el umbral. Supongamos por ejemplo, que el desarrollador cree que el umbral para criterio D debe ser más alto, por ejemplo 0.90 en lugar de 0.80. La línea para el criterio D desplaza paralelo a sí mismo hacia la derecha y, al hacerlo, los cambios de las coordenadas de vértices y por lo tanto la solución. Esta es otra característica muy importante y de hecho el efecto sobre el objetivo Z de una unidad de cambio en ningún criterio crea un "precio sombra" o "valor marginal" para el criterio y mide cuantitativamente su importancia.

### ***Conclusión***

Este ejemplo ilustra el método y señala la calidad de la información que el sistema puede proporcionar a la DM. Ahora lo que sucede en una situación en la que se digamos siete variables o alternativas y 25 criterios? Naturalmente, no es posible para representar a este problema en un plano, ya que tiene siete dimensiones. Sin embargo, el modelo sería resolverlo exactamente de la misma manera como se ha explicado pero utilizando matemática espacios de dimensión en lugar de las tres dimensiones máximas que posee nuestro mundo.

Para continuar en este escenario más realista, el método Simplex se utiliza, pero en su formato analítico en el que se resuelve a utilizando software dedicado , tales como el " Solver ", que es un nivel de complemento de Excel. Este software muy potente puede resolver en segundos problemas muy complejos con cientos de alternativas y criterios, siempre que el problema está correctamente configurado. Si hay un error de matemática el Solver dará una señal. Ya que por supuesto, el software no puede decirnos si el problema estaba o no estaba bien construido y estructurado.

También podría ser que el Solver indicara la falta de una solución para el problema que le plantean, que por lo general ocurre cuando hay criterios contradictorios o si efectivamente el número de restricciones es tan grande que no hay una solución.

El Simplex es un algoritmo desarrollado para resolver problemas de programación lineal, sin importar si son pequeños, grandes o muy grandes, simples o complejos. Basado en álgebra de matrices, que es en realidad un procedimiento simple e incluso susceptible de solución por mano, aunque esta opción no es aconsejable.

Para finalizar este comentario, es necesario mencionar que hemos estado tratando con un problema muy simple, ya que sólo tiene una función objetivo, y por lo tanto, como lo ha

hecho ha explicado, el modelo proporciona una solución óptima. Sin embargo, en la vida más real existen situaciones normalmente con más de un objetivo. Por ejemplo, el DM puede desear considerar cuatro objetivos diferentes para un problema, como por ejemplo:

- (a) Para obtener el máximo beneficio,
- (b) A efectuar la inversión mínima,
- (c) Para minimizar el daño al medio ambiente,
- (d) Para maximizar los recursos de uso.

Esto se llama un " problema de decisión multiobjetivo y multicriterio .

Programación lineal no puede resolver este tipo de problema. Sin duda, no es para falta de esfuerzo , ya que hay algunos modelos que utilizan LP que encontrar una solución mediante la aplicación del método Simplex, por ejemplo, ' Programación por metas " , propuesta en la década de 1950 ( Charnes y Cooper, 1961 ) , ( Véase también Steuer 1986 , y Lee 1972 ) , y más recientemente ' Programación de compromiso " ( Ballesteros 2007 ) , y otros que en general no lo hacen encontrar una solución óptima - una tarea imposible la mayoría de las veces a excepción de los pequeños problemas- , Sino que proporcionan un conjunto de soluciones que se consideran satisfactorios y desde que el DM puede elegir .

### ***Programación por Metas (Goal Programming)***

Este método de toma de decisiones también aparece en la literatura como dentro de los denominados "Métodos Satisfacientes" y encuentran su marco teórico en un viejo, pero aún muy consultado artículo de (Charnes & Cooper, 1977).

La utilidad de los métodos expuestos en el Capítulo anterior se reduce considerablemente en problemas decisionales de un tamaño elevado. Así, un problema con seis atributos, varios cientos de variables de decisión y de restricciones, no es computacionalmente abordable a

través de métodos de optimización multiobjetivo. Para enfrentarse a este tipo de problemas de gran dimensión hace falta recurrir a procedimientos más flexibles. Dentro de esta línea pragmática puede encuadrarse la programación por metas (goal programming) a cuya exposición vamos a dedicar esta parte del artículo.

La programación por metas se apoya en una lógica no optimizante sino en lo que Simon (Simon, Augier, & March, 2004) (Leahey, 2003) ha acuñado como lógica satisfaciente. El premio Nobel Simon conjetura que en las complejas organizaciones actuales, el contexto decisional está definido por información incompleta, recursos limitados, multiplicidad de objetivos, conflictos de intereses, etc. Simon conjetura que en este tipo de contexto el centro decisor más que optimizar una o varias funciones objetivo intenta que una serie de metas relevantes se aproximen lo más posible a unos niveles de aspiración fijados de antemano. Este tipo de complejidad se encuentra presente en muchos problemas relacionados con la planificación, diseño o explotación de sistemas.

Por tanto, parece adecuado que en el contexto de curso se de una visión, aunque sea introductoria, de la programación por metas.

Como se dijo en los párrafos precedentes, el embrión de la programación por metas surge en 1955 en un artículo de Charnes, Cooper y Ferguson, publicado en *Management Science*, en el que se aplica el concepto a un problema de regresión condicionada para analizar un problema de fijación de salarios para ejecutivos. No obstante, pese a la potencialidad del enfoque, hasta mediados de los años setenta las aplicaciones de la programación por metas son bastante escasas. Sin embargo, a partir de esa fecha y debido principalmente a los trabajos seminales de Lee [12] e (Ignizio, 1978) se produce una enorme eclosión de trabajos en los que se desarrollan tanto aspectos teóricos de la programación por metas como aplicaciones de este enfoque a áreas muy diversas. Puede decirse que la programación por metas ha sido y todavía es el enfoque multicriterio más utilizado en la práctica.

### ***Niveles de aspiración y variables de desviación***

Para formular un modelo de programación por metas, igual que sucede con los demás enfoques multicriterio, comenzamos por fijar los atributos que consideremos relevantes para el problema que estemos analizando. Una vez establecidos los atributos, asignamos a cada uno de ellos un nivel de aspiración. Entendemos por nivel de aspiración  $t_i$  el nivel de logro que el centro decisor desea alcanzar para el atributo  $i$ -ésimo. A continuación, tal como se

expuso en la MAUTT (recordar Criterio de Optimización por Método de Lagrange) conectamos el atributo con el nivel de aspiración por medio de las variables de desviación negativa y positiva, respectivamente. De esta forma completamos la estructura de la meta  $i$ -ésima cuya expresión algebraica es:

$$f_{(i)}(x) + n_{(i)} - p_{(i)} = t_{(i)}$$

donde, tal como expuso  $f_i(x)$  representa la expresión matemática del atributo  $i$ -ésimo,

$T(i)$ , el nivel de aspiración asociado a dicho atributo,  $n(i)$  y  $p(i)$  las variables de desviación negativa y positiva respectivamente. La variable de desviación negativa cuantifica la falta de logro de una meta con respecto a su nivel de aspiración, mientras que la variable de desviación positiva juega el papel opuesto; es decir, la cuantificación del exceso de logro de una meta con respecto a su nivel de aspiración.

### ***El caso de contenedor (bin) para frutas exportadas vía aérea***

Para comprender más claramente el problema que enfrentamos desarrollaremos el planteo de un caso de optimización que no puede resolverse con programación lineal. En este caso lo podemos resolver con R-Cran via optimización cuadrática

El problema consiste en fabricar contenedores de base cuadrada, abiertos por la parte de arriba con una capacidad o volumen de  $10 \text{ m}^3$ . El fabricante desea minimizar el costo de los contenedores, así como minimizar su peso. Ahora bien, como los materiales más livianos son los más caros nos encontramos ante un claro conflicto entre objetivos.

En concreto el material con el que se va a construir el fondo del contenedor cuesta  $1000 \text{ \$/m}^2$  y pesa  $4 \text{ Kg/m}^2$ , mientras que el material con el que se van a construir las caras del contenedor cuestan  $500 \text{ \$/m}^2$  y pesa  $8 \text{ Kg/m}^2$ . Si representamos por  $X_1$  la dimensión de los lados de la base del contenedor y por  $X_2$  la dimensión de su altura, tenemos la estructura del siguiente problema multiobjetivo, bi-objetivo, para ser más preciso:

$$E f f(x) = [f_1(x), f_2(x)]$$

*Red Ineternuniversitaria DI<sup>3</sup>*

$E \notin$  es una función  $f(x) = \gamma_{(1)}(x), \delta_{(2)}(x)$

donde:

$$\gamma_{(1)}(x) = 1000 x_1^2 + 2000 x_1 x_2$$

$$\gamma(x) = 1000 * x_{(1)}^2 + 2000 * X_{(1)} * X_{(2)}$$

$$\delta_{(2)}(x) = 4 x_1^2 + 32 x_1 x_2$$

$$\delta(x) = 4 x_{(1)}^2 + 32 x_{(1)} * x_{(2)}$$

$$\text{sujeto a: } x_1 x_2 = 10 \text{ m}^3$$

$$\text{s.t: } x_{(1)}^2 * x_{(2)} = 10 \text{ m}^3$$

donde  $\gamma_1(x)$  y  $\delta_2(x)$  representan las expresiones matemáticas de los atributos costo y peso del contenedor. En este ejemplo, la eficiencia de los dos objetivos queda establecida en un sentido minimizador (ejemplo menos del atributo mejor). El siguiente problema de optimización nos permite obtener el ideal o ancla del objetivo costo, así como el anti-ideal del objetivo peso del contenedor

$$\text{Min } f_1 = 1000 x_1^2 + 2000 x_1 x_2$$

$$\text{Min } f_{(1)} = 1000 * x_{(1)}^2 * x_{(2)}$$

sujeto a:

$$x_1 x_2 = 10$$

$$f_2 = 4 x_1^2 + 32 x_1 x_2$$

$$\text{s.t: } x_{(1)}^2 * x_{(2)} = 10 \quad \text{s.t.: } f_{(2)} = 4 * x_{(1)}^2 + 32 * x_{(1)} * x_{(2)}$$

Resolviendo con R-CRAN tenemos:

$$E \phi = \begin{pmatrix} X_{(1)}=2,15 & X_{(2)}=2,15 \\ f_{sub}(1)=\$ 13.925 & f_{(2)}=167 \text{ kg} \end{pmatrix}$$

Así, en el caso de estudio del diseño de un contenedor, podemos expresar el volumen del mismo por medio de la siguiente meta:

$$X_{(1)}^2 * X_{(2)} + n_{(1)} - p_{(2)} = 10$$

Por ejemplo, si el diseño elegido fuera:  $x_1 = 2$ ;  $x_2 = 2,25$ , ello implicaría:

$$9 + n_{(1)} - p_{(1)} = 10 \text{ @ } n_{(1)} = 1 ; p_{(1)} = 0 \\ 9 + n_{(1)} - p_{(1)} = 10 \rightarrow \text{implica que } n_{(1)} = 1 \text{ y } p_{(1)} = 0$$

es decir, el volumen del contenedor ha quedado un metro cúbico por debajo del nivel de aspiración. Supongamos ahora el diseño elegido fuera:

$x_1 = 2$ ,  $x_2 = 3$ , ello implicaría:

$$12 + n_{(1)} - p_{(1)} = 10 \text{ @ } n_{(1)} = 0 ; p_{(1)} = 2 \\ 12 + n_{(1)} - p_{(1)} = 10 \rightarrow n_{(1)} = 0 \text{ y } p_{(1)} = 2$$

es decir el volumen del contenedor ha quedado dos metros cúbicos por encima del nivel de aspiración. Supongamos finalmente que el diseño elegido fuera:  $x_1 = 2$ ,  $x_2 = 2.50$ , ello implicaría:

$$10 + n_{(1)} - p_{(1)} = 10 \text{ @ } n_{(1)} = p_{(1)} = 0$$

es decir, el volumen del contenedor coincide exactamente con los diez metros cúbicos en que se había fijado el nivel de aspiración.

Una vez definidas las metas y aclarado el significado de las variables de desviación pasamos a introducir un concepto esencial en programación por metas: variables de desviación no deseadas.

Una variable de desviación se dice que es no deseada cuando al centro decisor le conviene que la variable en cuestión alcance su valor más pequeño (esto es, cero). A un nivel expositivo elemental podemos considerar los siguientes tres casos:

***Métodos de satisficentes (programación por metas)***

a) La meta deriva de un atributo del tipo más del atributo mejor (equivalente a un objetivo a maximizar). Ejemplos de este tipo de metas pueden ser: el beneficio de un plan de producción, la fiabilidad de un sistema, etc. En estos casos la variable no deseada (a minimizar), será la variable de desviación negativa (cuantificación de la falta de logro).

b) La meta deriva de un atributo del tipo menos del atributo mejor (equivalente a un objetivo a minimizar). Ejemplos de este tipo de metas pueden ser: el coste de un proceso de producción, el consumo de un motor, etc. En estos casos la variable no deseada (a minimizar), será la variable de desviación positiva (cuantificación del exceso de logro).

c) La meta deriva de un atributo del que se quiere alcanzar exactamente su nivel de aspiración. Ejemplos de este tipo pueden ser: volumen de un contenedor, nivel de capturas en un problema de gestión pesquera, etc. En estos casos tanto la variable de desviación negativa como la positiva son variables no deseadas y por tanto variables a minimizar.