Anexo - 3

3. PROGRAMACIÓN POR METAS

La **Programación por Metas** (***Goal Programming***) fue inicialmente introducida por Charnes y Cooper en los años 50. Desarrollada en los años 70 por Ljiri, Lee, Ignizio y Romero, es actualmente uno de los enfoques multicriterio que más se utilizan.

En principio fue dirigida a resolver problemas industriales, sin embargo posteriormente se ha extendido a muchos otros campos como la economía, agricultura, recursos ambientales, recursos pesqueros, etc.

Resulta de gran interés, sobre todo, en problemas complejos de gran tamaño.

3.1 ESTRUCTURA DE UN MODELO DE PROGRAMACIÓN POR METAS

El primer paso en la formulación de un modelo de programación por metas es fijar los objetivos/ atributos, ***f(x)***, que se consideran relevantes para el problema que estemos analizando.

El segundo paso es determinar el nivel de aspiración, ***t***, que corresponde a cada Atributo, siendo éste el nivel de logro del atributo que el decisor considera aceptable. A continuación, definimos las metas, es decir, los atributos combinados con niveles de aspiración. Cada meta se convierte en una restricción "blanda" a incorporar en el modelo de programación por metas.

n*:* variable de desviación negativa, cuantifica la falta de logro de una meta
p*:* variable de desviación positiva, cuantifica el exceso de logro de una meta

$$f(x) + n - p = t$$

En general, la meta del atributo *i*-ésimo se escribe como:

$$f(x)+n_i-p_i=t_i$$

Los valores de las variables de desviación son siempre positivas o cero, al menos una de las dos variables de desviación que definen la meta tendrá que ser cero.

Las dos variables de desviación tomarán el valor cero cuando la meta alcance exactamente su nivel de aspiración, ***ti***. Una **variable de desviación** se dice que es **no deseada** cuando al centro decisor le conviene que la variable en cuestión alcance su valor más pequeño, es decir, cero.
Cuando la meta deriva de un **objetivo a maximizar** o de una restricción de tipo **≥**, la variable de desviación no deseada es la negativa ***ni***. Cuando la meta deriva de un **objetivo a minimizar** o de una restricción de tipo **≤**, la variable de desviación no deseada es la positiva ***pi***. Cuando se desea alcanzar exactamente el nivel de aspiración, las variables de desviación no deseadas son tanto la positiva, ***pi***, como la negativa, ***ni***. Las **variables de desviación no deseadas** se incorporan siempre en la función objetivo del modelo de programación por metas.

3.2 EJERCICIO DE EJEMPLO

Mediante un ejemplo demostraremos como se introducen los datos para la creación de un modelo de programación de metas.

Ejemplo 3-1:

Formular el problema de la Planificación de la producción de una fábrica de papel como un problema de programación por metas. Supóngase la existencia de dos procesos, uno mecánico y otro químico, por los que se puede obtener la pulpa de celulosa para la producción del papel.

El modelo de programación multiobjetivos es el siguiente:

Objetivos: Max $f_1(x) = 1000X_1 + 3000X_2$ (Maximizar el margen bruto)
Min $f_2(x) = X_1 + 2X_2$ (Minimizar la demanda biológica de O_2)

Restricciones rígidas iniciales:

$1000X_1 + 3000X_2 \geq 300000$ (Margen Bruto)
$X_1 + X_2 \leq 400$ (Empleo)
$X_1 \leq 300$ (Capacidades de producción)
$X_2 \leq 200$
$X_1, X_2 \geq 0$

Definidas las variables de decisión y los atributos/ objetivos relevantes del problema que nos ocupa, el decisor define las siguientes METAS:

g1: Para la demanda biológica de oxígeno: un nivel de aspiración de 300 unidades, pues desea que sea lo más pequeña posible.

g2: Para el margen bruto: alcanzar un valor lo más grande posible, ojalá mayor de 400000 u.m.

g3: Para el empleo: no desea ni quedarse corto ni contratar mano de obra adicional.

g4: El decisor no desea superar sus capacidades de producción, lo que implicaría recurrir a turnos extras.

3.3 DEFINIENDO LAS RESTRICCIONES TIPO METAS

Las restricciones quedarían de la siguiente forma:

g1: $X_1 + 2X_2 + n_1 - \mathbf{p_1} = 300$ (Demanda Biológica de O_2)

g2: $1000X_1 + 3000X_2 + \mathbf{n_2} - p_2 = 400000$ (Margen Bruto)

g3: $X_1 + X_2 + \mathbf{n_3} - \mathbf{p_3} = 400$ (Empleo)

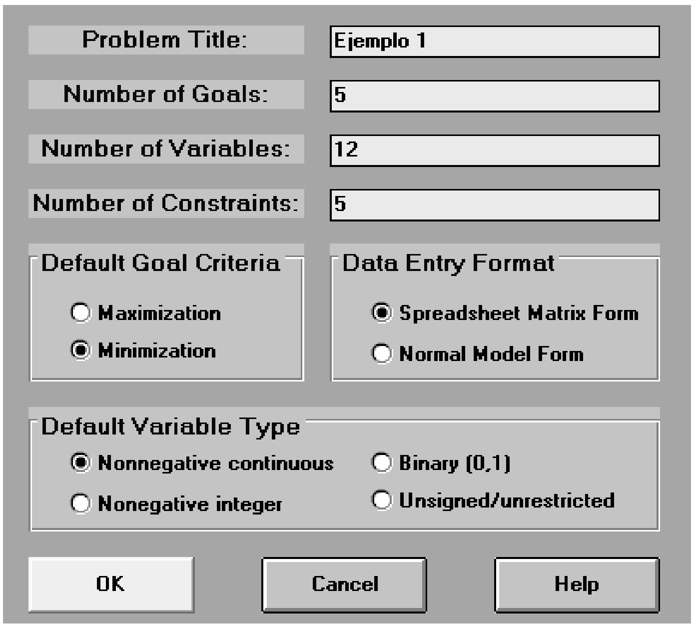
g4: $X_1 + n_4 - \mathbf{p_4} = 300$ (Capacidades de Producción)

g5: $X_2 + n_5 - \mathbf{p_5} = 200$

$X_1, X_2 \geq 0$

3.4 INTRODUCIENDO EL PROBLEMA

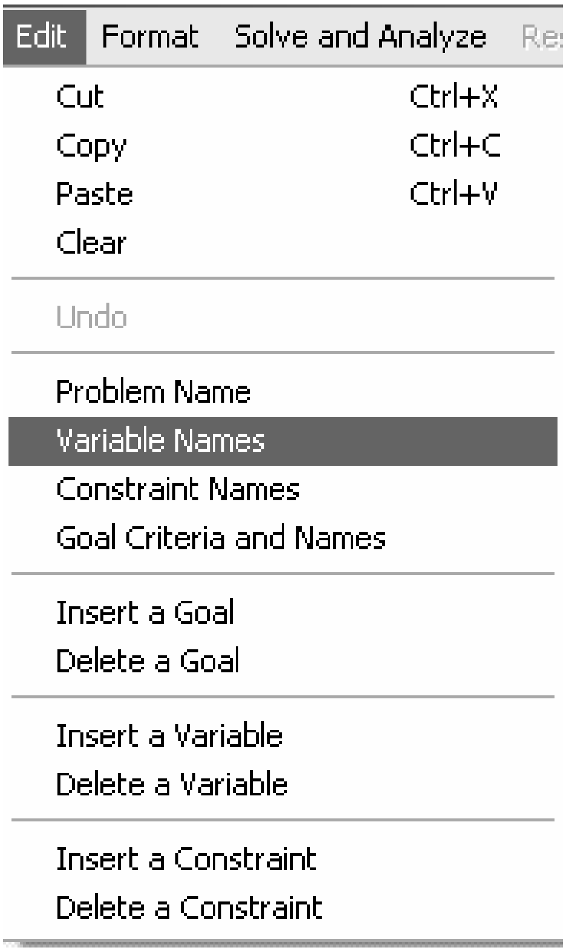
En el menú ***Archivo*** (***File***) seleccionamos ***Nuevo problema*** (***New Problem***) e introducimos la información del problema:



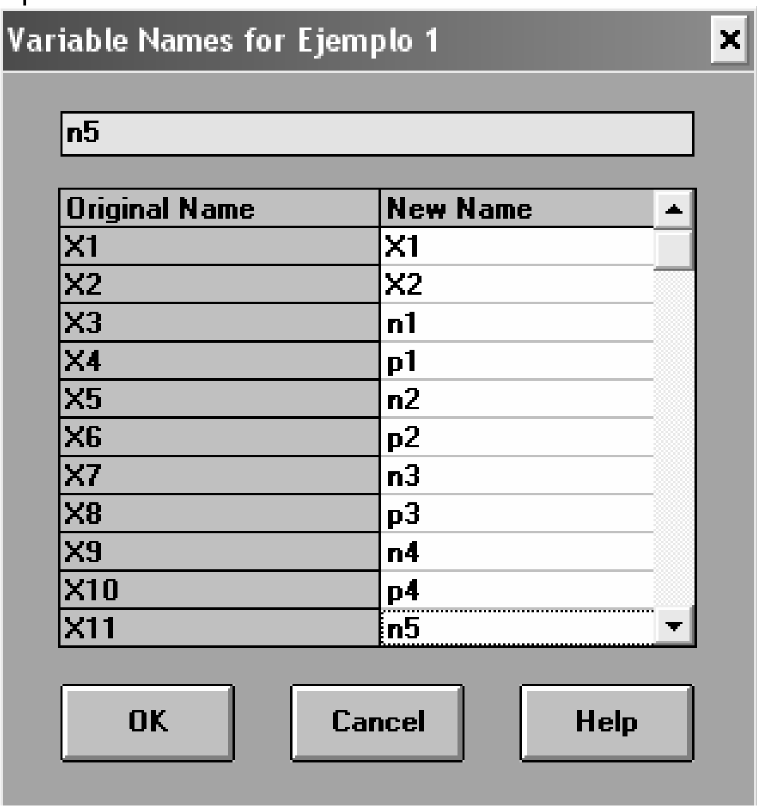
Al pulsar el botón ***OK*** aparecerá una nueva ventana donde procederemos a introducir los coeficientes de las variables:

Variable -->	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10
Min:G1										
Min:G2										
Min:G3										
Min:G4										
Min:G5										
C1										
C2										
C3										
C4										
C5										
LowerBound	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
UpperBound	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M
VariableType	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous

Para trabajar con el mismo formato de las variables definidas en el ejemplo, activaremos la opción ***Nombre de las variables*** (***Variable Names***) en el menú ***Editar*** (***Edit***).



Los nombres de las variables se cambiarán de acuerdo al orden que en que aparecen en el problema:



Al pulsar ***OK*** en esta ventana podremos definir las metas y restricciones:

Variable	X1	X2	n1	p1	n2	p2	n3	p3	n4	p4	n5	p5	Direction	R. H. S.
Min:G1				1										
Min:G2					1									
Min:G3							1	1						
Min:G4										1				
Min:G5												1		
C5	1	2	1	-1									=	300
C6	1000	3000			1	-1							=	400000
C7	1	1					1	-1					=	400
C8	1								1	-1			=	300
C9		1									1	-1	=	200
LowerBou	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
UpperBou	M	M	M	M	M	M	M	M	1	M	M	M		
VariableTy	:ontinuous	:ontinuous	:ontinuous	:ontinuous	:ontinuous	:ontinuous	:ontinuous	:ontinuous	:ontinuous	:ontinuous	:ontinuous	:ontinuous		

Luego de introducido el modelo se inicia el proceso de solución, siguiendo los mismos pasos al empleado en la solución de los modelos de programación lineal. La solución final se muestra en la siguiente página:

		X1	X2	n1	p1	n2	p2	n3	p3	n4	p4	n5	p5	Slack_UB_n4		
	Goal 1 C(j)	0	0	0	1,00	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
	Goal 2 C(j)	0	0	0	0	1,00	0	0	0	0	0	0	0	0		
	Goal 3 C(j)	0	0	0	0	0	0	1,00	1,00	0	0	0	0	0		
	Goal 4 C(j)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1,00	0	0	0		
Basis	Goal 5 C(j)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1,00	0	R. H. S.	Ratio
n3	C5	0	-1,00	-1,00	1,00	0	0	1,00	-1,00	0	0	0	0	0	100,00	
n2	C6	0	1.000,00	-1.000,00	1.000,00	1,00	-1,00	0	0	0	0	0	0	0	100.000,00	
n4	C7	0	-2,00	-1,00	1,00	0	0	0	0	1,00	-1,00	0	0	0	0	
X1	C8	1,00	2,00	1,00	-1,00	0	0	0	0	0	0	0	0	0	300,00	
n5	C9	0	1,00	0	0	0	0	0	0	0	0	1,00	-1,00	0	200,00	
Slack_UB_n4	UB_n4	0	2,00	1,00	-1,00	0	0	0	0	0	1,00	0	0	1,00	1,00	
Min. Goal 1	Cj-Zj	0	0	0	1,00	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
Min. Goal 2	Cj-Zj	0	-1.000,00	1.000,00	-1.000,00	0	1,00	0	0	0	0	0	0	0	100.000,00	
Min. Goal 3	Cj-Zj	0	1,00	1,00	-1,00	0	0	0	2,00	0	0	0	0	0	100,00	
Min. Goal 4	Cj-Zj	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1,00	0	0	0	0	
Min. Goal 5	Cj-Zj	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1,00	0	0	

La ventana con el resumen de la información permite un análisis detallado de cada variable.

11-25-2005 08:45:04	Decision Variable	Solution Value	Basis Status	Reduced Cost Goal 1	Reduced Cost Goal 2	Reduced Cost Goal 3	Reduced Cost Goal 4	Reduced Cost Goal 5
1	X1	300,00	basic	0	0	0	0	0
2	X2	0	at bound	0	-1.000,00	1,00	0	0
3	n1	0	at bound	0	1.000,00	1,00	0	0
4	p1	0	at bound	1,00	-1.000,00	-1,00	0	0
5	n2	100.000,00	basic	0	0	0	0	0
6	p2	0	at bound	0	1,00	0	0	0
7	n3	100,00	basic	0	0	0	0	0
8	p3	0	at bound	0	0	2,00	0	0
9	n4	0	basic	0	0	0	0	0
10	p4	0	at bound	0	0	0	1,00	0
11	n5	200,00	basic	0	0	0	0	0
12	p5	0	at bound	0	0	0	0	1,00
	Goal 1:	Minimize	G1 =	0				
	Goal 2:	Minimize	G2 =	100.000,00				
	Goal 3:	Minimize	G3 =	100,00				
	Goal 4:	Minimize	G4 =	0				
	Goal 5:	Minimize	G5 =	0				

3.5 INTERPRETANDO LA SOLUCIÓN

En el tablero optimal se puede observar que:

- Las toneladas de celulosa a producir por medios mecánicos son 300.
- Dado que n_1 y p_1 son ambas cero, la demanda biológica de oxígeno mínima es de 300 unidades, igual al nivel de aspiración.

- La meta 2, asociada con el margen bruto, se queda por debajo del nivel de aspiración en cuantía de 100.000 u. m., valor que asume la variable de desviación n_2.
- La meta del empleo se fija en 100 unidades de mano de obra menos que el nivel de aspiración que era de 400.
- Las metas 4 y 5, asociadas con los niveles máximos de producción por cada método, se fijan en 0 ton. de capacidad no aprovechada, para la 4, y de 200 para la 5.

Conocidos estos resultados, el **WINQSB** también permite el análisis paramétrico del modelo.